

Beiträge aus der Informationstechnik

**Ernesto Zimmermann**

**Complexity Aspects in  
Near-Capacity MIMO Detection-Decoding**

 VOGT

Dresden 2007

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

Zugl.: Dresden, Techn. Univ., Diss., 2007

Die vorliegende Arbeit stimmt mit dem Original der Dissertation „Complexity Aspects in Near-Capacity MIMO Detection-Decoding“ von Ernesto Zimmermann überein.

Besuchen Sie uns im Internet:  
[www.vogtverlag.de](http://www.vogtverlag.de)

© Jörg Vogt Verlag 2007  
Alle Rechte vorbehalten. All rights reserved.

Gesetzt vom Autor  
Printed in Germany

ISBN 978-3-938860-09-0

Jörg Vogt Verlag  
Voglerstr. 20 · 01277 Dresden  
Telefon: +49-(0)351-31403921  
Telefax: +49-(0)351-31403918  
Email: [info@vogtverlag.de](mailto:info@vogtverlag.de)

Technische Universität Dresden

# Complexity Aspects in Near-Capacity MIMO Detection-Decoding

**Ernesto Zimmermann**

von der  
Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik  
der Technischen Universität Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades eines

**Doktoringenieurs**  
(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorsitzender: Prof. Dr.-Ing. habil. MBA Frank Ellinger

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. Gerhard Fettweis

Prof. Dr. Rüdiger Urbanke

Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Joachim Hagenauer

Tag der Einreichung: 31.03.2007

Tag der Verteidigung: 11.07.2007



# Abstract

The steady increase in data rates in wireless networks calls for methods which allow to use the radio frequency spectrum as efficiently as possible. Multiple antenna systems are able to increase spectral efficiency by spatially multiplexing several data streams into the same time-frequency bin. However, due to the non-orthogonality of the transmission channel, this benefit comes at the cost of potentially high detection complexity.

The detection problem may be reformulated into a search for specific leaf nodes in a tree structure, which enables the use of tree search schemes for tackling this challenge. By tuning the number of nodes the algorithms are allowed to visit, performance and complexity can be flexibly traded off against each other. Tree search schemes can be classified into three main categories: depth-first search, metric-first search, and breadth-first search. This thesis provides a detailed assessment of three techniques: sphere detection, list sequential (LISS) detection, and M-Algorithm based detection, each being a representative example of one of the aforementioned types of tree search algorithms.

A generic framework for tree search based detection is introduced. This allows to apply different methods for improving the achievable performance-complexity trade-off to all of the aforementioned algorithms. More specifically, it is shown that using MMSE preprocessing is essential for achieving low detection complexity. Therefore, using such preprocessing will substantially improve performance whenever the complexity of the tree search is fixed or upper bounded. In the absence of a priori information, a further significant decrease in detection complexity can be achieved for all tree search techniques, by using efficient node enumeration methods such as Schnorr-Euchner enumeration.

The task of generating detector soft output of high quality is found to be a major challenge for all investigated tree search schemes. There exist two fundamentally different approaches towards solving this problem. The conventional way is to use a single undirected search in the tree to construct a very large list of hypotheses on the transmit signal. Alternatively, a set of constrained tree searches – Smart Candidate Adding – can be used. It is shown that the latter approach offers a number of advantages in terms of detection complexity and storage requirements. Although it may in principle be used with any of the aforementioned algorithms, the M-Algorithm is best suited as component tree search technique.

If appropriate upper bounds on the tree search complexity are imposed, the average number of visited nodes is typically within a factor of two for all investigated techniques. Taking the involved overheads and storage requirements into account, the M-Algorithm and the sphere detector emerge as the most attractive solutions for practical implementation. The former offers the advantage of fixed detection complexity, while the latter requires the lowest storage space and the fewest sorting operations.

# Zusammenfassung

Die kontinuierlich steigenden Anforderungen an die Datenraten in drahtlosen Mobilfunknetzwerken erfordern eine effiziente Ausnutzung der zur Verfügung stehenden Bandbreite. Mehrantennensysteme erlauben eine sehr hohe spektrale Effizienz, indem sie mehrere Datenströme parallel in einem Zeit-Frequenz-Slot übertragen. Da der Übertragungskanal im Allgemeinen nicht orthogonal ist, wird dieser Vorteil jedoch durch eine hohe Detektionskomplexität erkauft.

Baumsuchverfahren ermöglichen es, diese Herausforderung effizient zu meistern. Das Detektionsproblem wird hierbei als Suche nach spezifischen Blattknoten in einer Baumstruktur aufgefasst. Eine Anpassung der Anzahl der besuchten Baumknoten erlaubt einen flexiblen Austausch zwischen Leistungsfähigkeit und Komplexität. Die vorliegende Arbeit widmet sich dem Vergleich dreier repräsentativer Baumsuchverfahren: dem sphere detector als Beispiel für eine Tiefensuche, dem sequential detector als Beispiel für eine metrikgesteuerte Suche, und dem M-Algorithmus als Beispiel für eine Breitensuche.

Basierend auf einem generischen Rahmenwerk für Baumsuchverfahren, werden verschiedene Ansätze zur Verbesserung der Leistungsfähigkeit von Baumsuchverfahren untersucht. Es wird gezeigt, dass durch MMSE-Vorverarbeitung die Komplexität der Baumsuche signifikant gesenkt werden kann. In Szenarien in welchen der Aufwand der Baumsuche nach oben beschränkt ist, ermöglicht dies eine deutliche Verbesserung der erreichten Bitfehler-raten. Wenn keine a priori Information in die Berechnung der Metriken einbezogen werden muss, kann die Komplexität durch die Nutzung geeigneter Knotenaufzählungsverfahren, z.B. der von Schnorr und Euchner vorgestellten Methode, weiter gesenkt werden.

Die Berechnung von Verlässlichkeitsinformationen über die gesendeten Bits stellt eine große Herausforderung für die untersuchten Verfahren dar. Es existieren zwei grundlegend verschiedene Ansätze, um dieses Problem zu lösen. Der konventionelle Ansatz nutzt eine einzige Baumsuche um eine große Anzahl von Schätzungen über das Empfangssignal zu generieren. Alternativ können auch mehrere gerichtete Baumsuchen durchgeführt werden. Dieser Ansatz wird als Smart Candidate Adding bezeichnet. Es wird gezeigt, dass die letztgenannte Methode einige Vorteile in Bezug auf die Detektionskomplexität sowie die Anforderungen an den verfügbaren Speicherplatz aufweist. Im Prinzip kann Smart Candidate Adding jedes der vorgenannten Verfahren zur Baumsuche nutzen, der M-Algorithmus stellte sich jedoch als die beste Wahl heraus.

Wird die Komplexität der Baumsuche durch geeignete obere Schranken begrenzt, so ist der mittlere Aufwand für die Detektion für alle untersuchten Verfahren vergleichbar. In Anbetracht des unterschiedlichen Speicherbedarfs und Sortieraufwands der verschiedenen Verfahren kristallisieren sich der M-Algorithmus und der sphere detector als attraktivste Lösungen für eine praktische Implementierung heraus.

# Acknowledgments

This thesis is the result of my work at the Vodafone Chair Mobile Communications Systems at Technische Universität Dresden. First of all, I would like to express my gratitude towards Professor Gerhard Fettweis. This work would never have come into existence without him convincing me that doing a Ph.D. can offer much more than only scientific rewards. I highly appreciate all the opportunities and the encouragement offered over the past four years, which allowed me to learn a huge amount of new things on scientific, organizational and personal level. I am already looking forward to the new challenges lying ahead.

I am also very grateful to Professor Rüdiger Urbanke and Professor Joachim Hagenauer, who kindly agreed to act as referees for this work.

Two brilliant students I had the chance to supervise have contributed significantly to the content of this thesis and my own knowledge base: Patrick and Steffen. I am very happy that they decided to become members of the Vodafone Chair's team, so that we can continue our many interesting discussions in the next few years. Furthermore, I would like to thank current and former colleagues for the pleasant working environment as well as the valuable comments and feedback passed along during different DokSems and beyond. Exemplary, I would like to mention Dr. Wolfgang Rave, Clemens Michalke, Patrick Herhold, Thomas Deckert, René Habendorf, and Katja Schwieger.

I had the chance to work in many interesting publicly funded and industry projects. In particular “the three W's” – WINNER, WIGWAM, WWRF – not only enabled me to acquire knowledge in diverse areas of wireless communications, but also to get to know many interesting people. My responsibilities in WINNER taught me a lot about how to (and how not to) get things organized. Even if it sometimes seemed harder than herding cats, it was a lot of fun and scientifically and personally very rewarding.

I am much indebted to the not-so-anonymous crowd of peer reviewers: Steffen, Thomas, Patrick, René – and of course Anke. Your comments and suggestions helped a lot to improve earlier versions of this thesis. I promise not to bother you with a similar amount of paper in the foreseeable future.

Last but not least I would like to thank my family and friends for their moral support and the all important quality time. I dedicate this thesis to Maria and Erik, whose importance to me I shall not attempt to clothe in words.



# Contents

<b>Abstract / Zusammenfassung</b>	<b>i</b>
<b>Acknowledgments</b>	<b>iii</b>
<b>List of Figures</b>	<b>viii</b>
<b>List of Tables</b>	<b>xi</b>
<b>Abbreviations</b>	<b>xii</b>
<b>Symbols</b>	<b>xv</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>1</b>
1.1 Motivation and Research Focus . . . . .	1
1.2 Outline . . . . .	2
1.3 Notation . . . . .	3
<b>2 Fundamentals</b>	<b>5</b>
2.1 Channel Coding . . . . .	5
2.1.1 Capacity-Approaching Codes . . . . .	6
2.1.2 The Turbo Principle . . . . .	7
2.2 Multiple Antenna Systems . . . . .	8
2.2.1 System Model . . . . .	9
2.2.2 Channel Capacity . . . . .	9
2.2.3 Channel Models and Propagation Scenarios . . . . .	12
2.2.4 The Diversity-Multiplexing Trade-Off . . . . .	14
2.2.5 Transmit Strategies . . . . .	16
2.3 System Setup and Problem Statement . . . . .	19
2.3.1 Application Scenario . . . . .	19
2.3.2 System Setup . . . . .	20
2.3.3 Equivalent Real-Valued System Model . . . . .	23
2.3.4 The Detection-Decoding Problem . . . . .	24
2.4 MIMO Detection Schemes . . . . .	27
2.4.1 MaxLogAPP Detection . . . . .	28
2.4.2 Linear Detection . . . . .	29
2.4.3 Interference Cancellation . . . . .	32
2.4.4 Lattice Reduction Aided Detection . . . . .	35
2.4.5 Conclusions . . . . .	37

<b>3</b>	<b>Tree Search Based MIMO Detection</b>	<b>39</b>
3.1	A Generic Framework for Tree Search Detection . . . . .	39
3.1.1	Enabling the Tree Search: Matrix Decomposition . . . . .	40
3.1.2	Terminology . . . . .	42
3.1.3	Classification of Tree Search Algorithms . . . . .	43
3.1.4	Preprocessing Aspects . . . . .	43
3.1.5	Enumeration Strategies . . . . .	45
3.2	Depth First Search – Sphere Detection . . . . .	47
3.2.1	Determining the Search Radius . . . . .	48
3.2.2	Tree Pruning Techniques . . . . .	50
3.2.3	Complexity Analysis . . . . .	50
3.2.4	Conclusions . . . . .	56
3.3	Metric First Search – Sequential Detection . . . . .	57
3.3.1	Efficiency of the Sequential Detector . . . . .	58
3.3.2	The Length Bias Term . . . . .	60
3.3.3	Complexity Analysis . . . . .	61
3.3.4	Conclusions . . . . .	64
3.4	Breadth First Search – M-Algorithm Based Detection . . . . .	65
3.4.1	Variants and Extensions . . . . .	66
3.4.2	Efficient Enumeration Strategies . . . . .	66
3.4.3	Performance Analysis . . . . .	68
3.4.4	Conclusions . . . . .	68
3.5	Summary . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Non-Iterative Detection-Decoding</b>	<b>71</b>
4.1	Soft Output Tree Search Detection . . . . .	71
4.1.1	Code Performance: Hard vs. Soft Input . . . . .	72
4.1.2	The Counter-Hypothesis Issue . . . . .	73
4.1.3	Simulation Setup . . . . .	74
4.2	Conventional Tree Search Schemes . . . . .	74
4.2.1	Required List Sizes . . . . .	76
4.2.2	LLR Clipping . . . . .	77
4.2.3	Soft Output Improvement Techniques . . . . .	78
4.2.4	Sphere Detection . . . . .	79
4.2.5	Sequential Detection . . . . .	85
4.2.6	M-Algorithm Based Detection . . . . .	87
4.2.7	Conclusions . . . . .	88
4.3	Smart Candidate Adding . . . . .	90
4.3.1	Concept . . . . .	91
4.3.2	The Sphere Detector Case . . . . .	93
4.3.3	The M-Algorithm Case . . . . .	96
4.3.4	Conclusions . . . . .	98
4.4	Summary . . . . .	101

<b>5</b>	<b>Iterative Detection-Decoding</b>	<b>103</b>
5.1	The Turbo Principle Revisited . . . . .	103
5.1.1	EXIT Charts and their Properties . . . . .	105
5.1.2	Application to MIMO Detection-Decoding . . . . .	107
5.2	Comparison of Tree Search Techniques . . . . .	109
5.2.1	Tree Search With A Priori Information . . . . .	109
5.2.2	LLR Clipping Level . . . . .	110
5.2.3	Sphere Detection . . . . .	111
5.2.4	Sequential Detection . . . . .	113
5.2.5	M-Algorithm Based Detection . . . . .	115
5.2.6	Smart Candidate Adding . . . . .	116
5.2.7	Conclusions . . . . .	119
5.3	EXIT Chart Based Complexity Reduction . . . . .	120
5.3.1	Convergence Detection . . . . .	120
5.3.2	Hybrid Detection . . . . .	122
5.3.3	Adaptive Linear-SoftSIC Detection . . . . .	124
5.4	Summary . . . . .	128
<b>6</b>	<b>Practical Application</b>	<b>131</b>
6.1	Application Scenarios . . . . .	131
6.1.1	Broadband MIMO-OFDM Systems . . . . .	131
6.1.2	Propagation Environments . . . . .	132
6.1.3	Simulation Setup . . . . .	133
6.2	Performance Evaluation . . . . .	135
6.2.1	The High Diversity Case . . . . .	135
6.2.2	The Medium Diversity Case . . . . .	137
6.2.3	The Low Diversity Case . . . . .	138
6.2.4	Conclusions . . . . .	140
6.3	Imperfect Channel State Information . . . . .	141
6.3.1	Channel Estimation in MIMO-OFDM Systems . . . . .	141
6.3.2	Performance Results . . . . .	142
6.4	Real-Time Implementation . . . . .	143
6.4.1	Algorithm Complexity . . . . .	143
6.4.2	Parallelization Issues . . . . .	146
6.4.3	Existing Implementations . . . . .	147
<b>7</b>	<b>Conclusions</b>	<b>149</b>
<b>A</b>	<b>Linear Detection</b>	<b>153</b>
<b>B</b>	<b>QR- vs. Cholesky-based Tree Search</b>	<b>157</b>
<b>C</b>	<b>Measuring Mutual Information</b>	<b>159</b>
<b>D</b>	<b>Complexity of Receiver Algorithms</b>	<b>163</b>
	<b>Bibliography</b>	<b>165</b>