

Heinrich Nuskowski  
Digitale Signalübertragung im Mobilfunk



Beiträge aus der Informationstechnik

**Heinrich Nuskowski**

**Digitale Signalübertragung im Mobilfunk**

2. Auflage

 **VOGT**

Dresden 2014

*Autor*

Dr.-Ing. habil. Heinrich Nuskowski  
TU Dresden  
Lehrstuhl Mobile Nachrichtensysteme

*Herausgeber*

Prof. Dr.-Ing. Jörg Vogt  
HTW Dresden  
Fakultät Informatik / Mathematik  
01069 Dresden

Bibliografische Information der Deutschen Bibliothek

Die Deutsche Bibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.ddb.de> abrufbar.

1. Auflage Februar 2010
2. neubearb. und erw. Auflage Februar 2014

© Jörg Vogt Verlag 2014  
Alle Rechte vorbehalten. All rights reserved.

Gesetzt vom Autor

ISBN 978-3-938860-70-0

Jörg Vogt Verlag  
Niederwaldstr. 36  
01277 Dresden  
Germany

Phone: +49-(0)351-31403921  
Telefax: +49-(0)351-31403918  
e-mail: [info@vogtverlag.de](mailto:info@vogtverlag.de)  
Internet : [www.vogtverlag.de](http://www.vogtverlag.de)

## Vorwort zur 2. Auflage

Gliederung und Inhalt des Buches wurden gegenüber der 1. Auflage beibehalten. Jedoch wurden verschiedene Ergänzungen und Präzisierungen in der Darstellung vorgenommen, so dass sich der Umfang des Buches um etwa 12 Seiten gegenüber der 1. Auflage vergrößert hat. So wurde z.B. bei der Behandlung der Bello-Funktionen zwischen einer zeitkontinuierlichen und einer zeitdiskreten Darstellung unterschieden. Erstere wird bei Definition und Einführung der Bello-Funktionen benutzt, letztere ergibt sich bei einer Computersimulation. Der Zusammenhang zwischen beiden Darstellungsformen wird in dem mathematischen Anhang erläutert. Eine andere Ergänzung betrifft den Rayleigh-Störprozess. In dem mathematischen Anhang wird beschrieben, wie eine Computer-Simulation des komplexen Rayleigh-Störprozesses erfolgen kann. Auch wurden verschiedene Fehler korrigiert, die leider in der 1. Auflage unentdeckt geblieben waren. Für Kommentare und kritische Hinweise aus dem verehrten Leserkreis bin ich weiterhin sehr dankbar.

Herzlich danken möchte ich an dieser Stelle Herrn Dr. Rainer Schaffer für viele anregende Diskussionen und für die wertvolle Hilfe bei der Erstellung des  $\text{\LaTeX}$ -Manuskriptes.

Dresden, im Januar 2014

Heinrich Nuszowski

## Vorwort zur 1. Auflage

Das Anliegen des vorliegenden Buches ist es, wichtige Grundkenntnisse zu vermitteln, die für das Verständnis der Übertragungskonzepte moderner Mobilfunksysteme notwendig sind. Es basiert auf einer Vorlesung, die der Autor über viele Jahre hinweg an der Technischen Universität Dresden gehalten hat. Es ist auch gedacht als eine Fortsetzung des Buches 'Digitale Signalübertragung', das ebenfalls in diesem Verlag erschienen ist. Gegenstand des vorliegenden Buches ist die digitale Signalübertragung über Mobilfunkkanäle, die durch Mehrwegeausbreitung und Dopplereffekt charakterisiert sind. Diese beiden physikalischen Phänomene sind verantwortlich für Intersymbolinterferenz und zeitliche Veränderungen der Übertragungsbedingungen, die den Mobilfunkkanal im allgemeinen Fall zu einen frequenzselektiven und zeitvarianten Kanal machen. Das Buch wendet sich in erster Linie an Studenten, die sich in ihrem Fachstudium mit den Problemen des Mobilfunks beschäftigen. Es wendet sich aber auch an Naturwissenschaftler und

in der Praxis tätige Ingenieure, die sich einen Überblick über die Übertragungsprobleme im Mobilfunk verschaffen möchten oder einen Einstieg für ein vertieftes Studium von Fachliteratur auf diesem Gebiet brauchen. Für das Verständnis des Buches wird vorausgesetzt, dass der Leser mit den Grundlagen der Nachrichtentechnik und der Systemtheorie vertraut ist.

Das Buch ist in sieben Kapitel gegliedert. Nach einer kurzen Einführung im ersten Kapitel, werden im zweiten Kapitel wichtige Eigenschaften und Beschreibungsmethoden des Mobilfunkkanals vorgestellt. Es wird dabei vorausgesetzt, dass die betrachteten Mobilfunkkanäle WSSUS-Eigenschaft (*wide sense stationary uncorrelated scattering*) besitzen. Diese Annahme führt auf die einfachsten mathematischen Modelle, mit denen die physikalischen Phänomene Mehrwegeausbreitung und Doppler-Effekt erfasst und damit realitätsnahe Mobilfunkkanalmodelle definiert werden können. Die mathematische Beschreibung der WSSUS-Kanäle erfolgt mit Hilfe der Bello-Funktionen. Aus diesen Funktionen lassen sich die notwendigen Informationen ableiten, die die durch den Kanal hervorgerufene zeitliche und spektrale Spreizung der Signale charakterisieren und die bei der Realisierung zuverlässiger Mobilfunkverbindungen zu beachten sind. In dem dritten Kapitel wird eine kurze Rückschau auf die Modulationsverfahren gehalten, die in den vergangenen Mobilfunksystemen Anwendung gefunden haben. Dabei zeigt sich, dass der Bandbreitebedarf mit der Evolution der Mobilfunksysteme ständig gewachsen ist. Der Grund dafür liegt in den stetig steigenden Anforderungen an die Datenrate für die Übertragung multimedialer Signale und dem schnellen Internetzugang. Die Signalbandbreite der Sendesignale lässt sich aber auch unabhängig von der Datenrate vergrößern, indem man Spreiztechniken anwendet, die ebenfalls im Kapitel drei vorgestellt werden. Spektral gespreizte Signale besitzen eine Reihe von übertragungstechnische Eigenschaften, die sie für Mobilfunksysteme interessant machen. Sie sind robust gegen frequenzselektives Fading, ermöglichen eine hohe zeitliche Auflösung im Empfänger und erlauben die Anwendung eines codegeteilten Zugriffsverfahrens (CDMA) auf die Übertragungsressourcen des Mobilfunksystems. Eine Übersicht über die verschiedenen Zugriffsverfahren im Mobilfunk durch Raum-, Frequenz-, Zeit- und Codeteilung mit ihren wesentlichen Eigenschaften wird im vierten Kapitel gegeben. In den Kapiteln fünf und sechs werden spezielle Übertragungstechniken für den Mobilfunk vorgestellt. Im Kapitel fünf geht es dabei um Übertragungstechniken für frequenzselektive Kanäle, um das Problem der Intersymbolinterferenz zu lösen. Es werden hier verschiedene Methoden der Entzerrung im Zeit- und Frequenzbereich sowie der MLSE-Empfang betrachtet. Im sechsten Kapitel geht es um die Erhöhung der Zuverlässigkeit bei einer Signalübertragung über zeitvariante Kanäle durch Anwendung verschiedener Diversitätsmethoden. Besondere Bedeutung hat die Raum- oder Antennendiversität, die durch den Einsatz von mehreren Sendend- und/oder Empfangsantennen realisiert werden kann. Die in den Kapitel fünf und sechs betrachteten Übertragungsverfahren setzen Kanalkennntnis im Empfänger

und eventuell auch im Sender voraus. Diese Kanalkennntnis kann im Empfänger durch die Auswertung von übertragenen Test- oder Pilotsignalen erworben werden. Einen Überblick über Kanalschätzverfahren vermittelt das Kapitel sieben.

An dieser Stelle möchte ich besonders Prof. Dr.-Ing. Gerhard Fettweis danken für die Förderung und Unterstützung dieser Arbeit an dem Vodafone Stiftungslehrstuhl.

Mein Dank gilt auch Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Vogt für die wertvolle Unterstützung bei der Erstellung des Manuskriptes und den zahlreichen Kollegen, die mir in vielen Diskussionen wertvolle Anregungen und Hinweise gegeben haben. Für die kritische Durchsicht des Manuskripts möchte ich insbesondere den Kollegen Dr.-Ing. S. Bittner, Dipl.-Ing. A. Frotzsch, M.Sc.EE V. Kotsch und Dipl. Medien-Inf. S. Gerbracht herzlich danken.

Auf Reaktionen aus der verehrten Leserschaft freue ich mich und greife gerne Vorschläge und Hinweise auf.

Dresden, im Februar 2010

Heinrich Nuskowski



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Übertragungskanal</b>	<b>5</b>
2.1	Kanaldefinitionen . . . . .	5
2.2	AWGN-Kanal . . . . .	7
2.3	Mobilfunkkanal . . . . .	9
2.3.1	Allgemeines . . . . .	9
2.3.2	Mehrwegeausbreitung . . . . .	10
2.3.3	Doppler-Effekt . . . . .	13
2.3.4	Rayleigh-Kanal . . . . .	17
2.3.5	Rice-Kanal . . . . .	29
2.3.6	Modellierung des Mobilfunkkanals als FIR-Filter . . . . .	31
2.3.7	Bello-Funktionen . . . . .	35
2.3.8	Korrelationsfunktionen einfacher WSSUS-Kanäle . . . . .	54
<b>3</b>	<b>Modulation und Signalspreizung</b>	<b>69</b>
3.1	Modulation . . . . .	71
3.2	Spreizverfahren . . . . .	77
3.2.1	Allgemeines . . . . .	77
3.2.2	DS-Spreizung . . . . .	80
3.2.3	MC-Spreizung . . . . .	85
3.2.4	FH-Spreizung . . . . .	89
3.2.5	TH-Spreizung . . . . .	93
<b>4</b>	<b>Vielfachzugriffsverfahren</b>	<b>95</b>
4.1	SDMA . . . . .	96
4.2	FDMA . . . . .	97
4.3	TDMA . . . . .	101
4.4	OFDMA . . . . .	106
4.5	CDMA . . . . .	112
<b>5</b>	<b>Übertragung über ISI-Kanäle</b>	<b>123</b>
5.1	MLSE-Empfang . . . . .	124

5.1.1	Euklidische Distanzmetrik . . . . .	124
5.1.2	Ungerboeck-Empfänger . . . . .	127
5.1.3	Forney-Empfänger . . . . .	139
5.2	Entzerrung im Zeitbereich . . . . .	145
5.2.1	Zero-Forcing-Entzerrer . . . . .	146
5.2.2	MMSE-Entzerrer . . . . .	148
5.2.3	Decision-Feedback Entzerrer . . . . .	150
5.2.4	Tomlinson-Harashima-Vorcodierung . . . . .	152
5.3	Entzerrung im Frequenzbereich . . . . .	156
5.3.1	OFDM . . . . .	156
5.3.2	Einzelträgermodulation . . . . .	157
<b>6</b>	<b>Übertragung über zeitvariante Kanäle</b>	<b>161</b>
6.1	Raumdiversität . . . . .	161
6.1.1	Empfangsdiversität . . . . .	163
6.1.2	Sendediversität bei Kanalkennntnis . . . . .	169
6.1.3	Sendediversität ohne Kanalkennntnis . . . . .	173
6.1.4	Diversität in MIMO-Systemen . . . . .	179
6.1.5	Antennenabstand für Raumdiversität . . . . .	181
6.2	Zeit-, Frequenz- und Polarisationsdiversität . . . . .	184
<b>7</b>	<b>Kanalschätzung</b>	<b>187</b>
7.1	Kanalschätzung für Einzelträgermodulation . . . . .	187
7.2	Kanalschätzung für OFDM . . . . .	194
<b>A</b>	<b>Übertragungskanal</b>	<b>199</b>
A.1	Kontinuierliche und diskrete Bello-Funktionen . . . . .	199
A.2	Transformation von Wahrscheinlichkeitsdichten . . . . .	201
A.3	Simulation des Rayleigh-Störprozesses . . . . .	202
A.4	Bello-Funktionen . . . . .	205
<b>B</b>	<b>Signalspreizung</b>	<b>209</b>
B.1	Bitfehlerwahrscheinlichkeit in einem DS-SSS . . . . .	209
B.2	Bitfehlerwahrscheinlichkeit in einem FH-SSS . . . . .	215
<b>C</b>	<b>Vielfachzugriff</b>	<b>217</b>
C.1	Datendurchsatz im ALOHA-Netz . . . . .	217
<b>D</b>	<b>Entzerrung</b>	<b>221</b>
D.1	Tomlinson-Harashima-Vorcodierung . . . . .	221
D.2	MMSE-Entzerrung bei OFDM . . . . .	222
<b>E</b>	<b>Diversität</b>	<b>223</b>
E.1	Vektordarstellung von Signalen . . . . .	223

E.2	Empfangsdiversität . . . . .	225
E.2.1	Selection Diversity Combining . . . . .	225
E.2.2	Maximum Ratio Combining . . . . .	226
E.2.3	Equal Gain Combining . . . . .	228
E.2.4	Space-Time Transmit Diversity . . . . .	229
E.3	Korrelation zwischen Antennen . . . . .	230
	<b>Abkürzungen</b>	<b>233</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>237</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>245</b>
	<b>Index</b>	<b>247</b>



# Kapitel 1

## Einleitung

Funkkommunikation mit mobilen Fahrzeugen ist nahezu genauso alt wie die Funktechnik selbst. So gelang es Marconi, 1897 telegrafische Funkverbindungen zu Schiffen herzustellen. Der erste mobile Polizeifunk wurde 1924 in den USA in Betrieb genommen, das erste Zugtelefon 1926 in Deutschland im Schnellzug Berlin-Hamburg. Doch trotz dieser Pioniertaten war der wissenschaftliche und technologische Stand jener Jahre bei weitem nicht ausreichend, das Problem der flächendeckenden, weltweiten, mobilen Kommunikation für Millionen von Teilnehmern zu lösen. Abgesehen davon, dass die Mobilfunkgeräte jener Zeit aufgrund ihres Gewichtes und Volumens nicht portabel waren und nur in Fahrzeuge montiert werden konnten, waren zwei prinzipielle Probleme zu lösen:

- Das Problem der endlichen Reichweite von Funkverbindungen, da mobile Terminals nur über kleine Sendeleistungen und Antennen verfügen, und
- das Problem der begrenzten Frequenzressourcen, da sich Mobilfunksysteme das Frequenzspektrum mit vielen anderen Funksystemen teilen.

Die Lösung beider Probleme wurde durch die zellulare Struktur von Mobilfunknetzen möglich, die 1969 von den Bell Laboratorien (USA) vorgeschlagen wurde. Die Idee besteht darin, die mit Mobilfunk zu versorgende geographische Fläche mit einem Netz von Zellen zu überdecken, wobei die Zelldurchmesser von wenigen Hundert Metern bis zu einigen Zehn Kilometern reichen können. Im Mittelpunkt einer jeden Zelle befindet sich eine Basisstation, die den Funkverkehr mit den Mobilfunkteilnehmern innerhalb der Zelle abwickelt. Dieser Teil des Mobilfunknetzes wird als Zugangsnetzwerk (*access network*) bezeichnet. Die Verbindung der Basisstationen untereinander erfolgt durch das Kernnetzwerk (*core network*), das ein Festnetz darstellt. Es wird durch leitungsgebundene Verbindungen (z.B. Lichtwellenleiter) und Richtfunkverbindungen realisiert.

Die Lösung des Reichweitenproblems durch das zellulare Konzept ist offensichtlich, da die maximale Reichweite einer Funkverbindung nicht größer als etwa der

Zellradius sein muss. Der positive Aspekt der endlichen Reichweite einer Funkverbindung besteht darin, dass gleiche Trägerfrequenzen in Zellen verwendet werden dürfen, wenn sie einen genügend großen Abstand zueinander haben, so dass die zu erwartenden Störungen tolerierbar sind. Damit bietet das zellulare Konzept auch die Möglichkeit, mit einer begrenzten Anzahl von Trägerfrequenzen ein flächendeckendes Mobilfunksystem aufzubauen. Allerdings erzeugt das zellulare Konzept ein neues Problem: Die Funkverbindung eines mobilen Teilnehmers muss bei der Überschreitung von Zellgrenzen von Zelle zu Zelle weitergereicht werden. Die Funkverbindung zur alten Basisstation muss abgebrochen und zu der neuen Basisstation aufgebaut werden, was als *Handover* oder *Handoff* bezeichnet wird. Die Qualität der Verbindung darf dadurch nicht beeinträchtigt werden, auch dann nicht, wenn sich der Teilnehmer schnell durch kleine Zellen bewegt. Dieses Problem wird dadurch gelöst, dass die mobilen Terminals parallel zur eigentlichen Informationsübertragung zusätzlich Kontrollmessungen für die zu empfangenden Signale benachbarter Basisstationen ausführen. Diese Informationen werden ständig über spezielle Signalisierungskanäle den Basisstationen mitgeteilt und bilden die Grundlage für die Organisation des Handovers.

Nachdem die prinzipiellen Probleme der Mobilfunkübertragung gelöst und die technologischen Voraussetzungen für ihre Umsetzung erfüllt waren, begann Anfang der 80iger Jahre eine rasante Entwicklung des Mobilfunks. Die Mobilfunksysteme, die in den 80iger Jahren aufgebaut wurden, man spricht heute von den Mobilfunksystemen der ersten Generation (1G), waren ausschließlich für eine Sprachübertragung konzipiert. Die Signalübertragung erfolgte analog durch Schmalband-Frequenzmodulation. Seitdem wurde mit jeder neuen Dekade eine neue Mobilfunkgeneration mit erweiterten Möglichkeiten und Eigenschaften eingeführt. Die Mobilfunksysteme der zweiten Generation (2G) vollzogen den Übergang zur digitalen Signalübertragung und ermöglichten in der Folgezeit neben der Sprachübertragung immer weiter verbesserte Möglichkeiten der Datenübertragung. Anfang dieses Jahrtausends begann der Aufbau der 3G-Systeme, die die Übertragung von Multimedia-Signalen und einen schnellen Internet-Zugang ermöglichen. Die mobile Kommunikation ist heute ein fester Bestandteil der Infrastruktur unserer Gesellschaft geworden und hat wesentliche Veränderungen in unseren Arbeits- und Lebensgewohnheiten bewirkt. Eine zuverlässige und schnelle Kommunikation für jede Art von Information von jedem Ort und zu jeder Zeit ist heute der Anspruch der Gesellschaft, den zukünftige Mobilfunksysteme immer besser erfüllen müssen. Dieser Anspruch verlangt nach neuen Übertragungstechnologien. Die Realisierung höherer Datenraten wurde insbesondere mit höheren Bandbreiten erreicht. Stetig wachsender Bandbreitebedarf ist ein charakteristisches Merkmal in der Evolution der vergangenen Mobilfunksysteme. Betrug die Kanalbandbreite etwa 20kHz für 1G, so ist sie auf 200kHz bei den 2G-Systemen nach dem GSM-Standard und auf 5 MHz bei den 3G-Systemen nach dem 3GPP-Standard angestiegen. Für die 4G-Systeme ist die Verwendung variabler Band-

breiten vorgesehen. Unter 4G sollen hier die Mobilfunksysteme nach dem LTE-Standard (*long term evolution*) verstanden werden, die etwa seit 2010 in der Realisierungsphase sind. Die Bandbreite von LTE-Systemen kann mit mehreren Zwischenstufen zwischen 1.4 MHz und 20 MHz betragen. Für LTE Advanced ist sogar eine Bandbreite bis 100 MHz vorgesehen, die durch eine Frequenzbündelung (*carrier aggregation*) über mehrere Frequenzbänder erreicht werden soll. Die Mobilfunksysteme der 5. Generation werden ab 2020 erwartet. Sie werden Übertragungsgeschwindigkeiten von mehr als 1 Gbit/s erlauben und damit die Übertragung ultrahochauflösender Videoinhalte ermöglichen. Die dafür notwendige Bandbreite von über 1 GHz kann im Millimeterwellenbereich zur Verfügung gestellt werden. Die stetige Steigerung der Übertragungsgeschwindigkeiten durch Bereitstellung immer größerer Bandbreiten ist das zunächst ins Auge springende Merkmal der Mobilfunkentwicklung. Jedoch ist diese Entwicklung begleitet von Anstrengungen und Erfolgen auf vielen Gebieten, um die Kosten für die Infrastruktur der Mobilfunknetze zu verringern, die Qualität und Zuverlässigkeit der Übertragung zu verbessern und den Energieverbrauch aller Komponenten zu senken. Ein wichtiger Aspekt für die weitere Erhöhung der Kapazität und Übertragungsgeschwindigkeit zukünftiger Mobilfunksysteme ist eine bedeutende Steigerung ihrer spektralen Effizienz, d.h., eine wesentliche bessere Nutzung der Frequenzressourcen. Die Erhöhung der spektralen Effizienz erfordert intelligente Übertragungsalgorithmen, die eine möglichst genaue Kanalkennntnis voraussetzen und sich den ändernden Übertragungsbedingungen adaptiv anpassen. Beispiele solcher intelligenter Übertragungsalgorithmen sind:

- Adaptive Modulations- und Codierschemata: Sie gestatten eine optimale Anpassung an die momentanen Übertragungsanforderungen unter den gegebenen Übertragungsbedingungen;
- Interferenzauslöschung (*interference cancelation*): Informationen über die Störsignale anderer Nutzer ermöglichen in einem Empfänger die Implementierung von Verfahren zur Unterdrückung der Interferenzsignale und damit zur Verbesserung des SINR (*signal to interference-plus-noise ratio*);
- MIMO-Übertragungsstrategien (*multiple input multiple output*) durch Anwendung mehrerer Sende- und/oder Empfangsantennen: Die Nutzung von Raummultiplex gestattet die Übertragungskapazität zu erhöhen, die Nutzung von Raumdiversität die Übertragungssicherheit zu verbessern.
- Kooperative Kommunikationsstrategien (*cooperative communication strategies*) zwischen verschiedenen Basisstationen: Sie kann einen Beitrag leisten zur besseren Netzabdeckung, zur Erhöhung der Empfangsleistung und der Interferenzreduktion.



# Kapitel 2

## Übertragungskanal

### 2.1 Kanaldefinitionen

Der Begriff des Übertragungskanals spielt in der Übertragungstechnik eine zentrale Rolle. Er bezeichnet allgemein das Übertragungsmedium mit seinen Eigenschaften. Jedoch ist dieser Begriff mehrdeutig und wird je nach Aufgabenstellung sehr unterschiedlich verwendet. Um im Bedarfsfall den Begriff Übertragungskanal genauer zu definieren, sollen die in Bild 2.1 angegebenen Bezeichnungen verwendet werden [1].

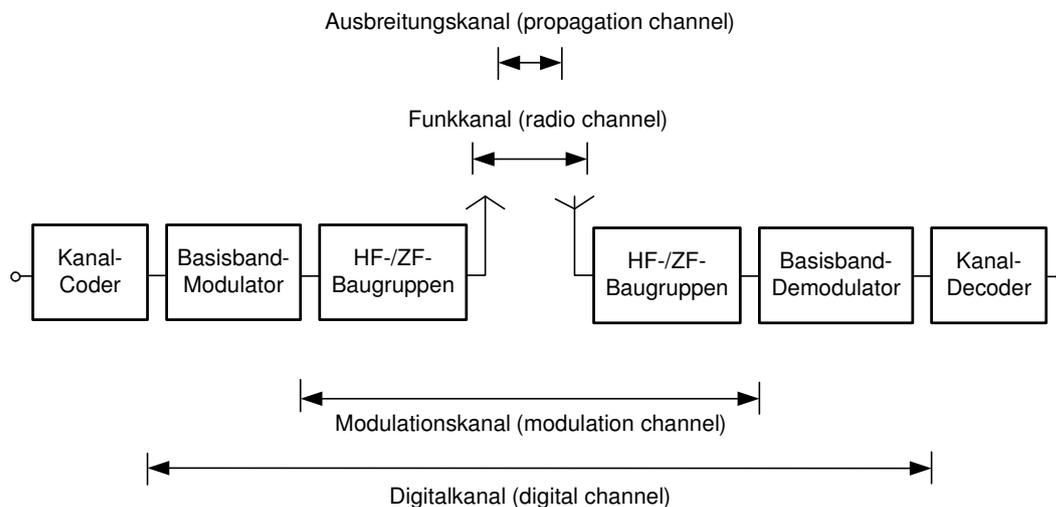


Bild 2.1: Kanaldefinitionen

So bezeichnet der *Ausbreitungskanal* das physikalische Medium zwischen Sendee- und Empfangsantenne, das die Ausbreitung der elektromagnetischen Welle ermöglicht, einschließlich der topographischen und morphologischen Gegebenheiten, die die Randbedingungen für die Wellenausbreitung definieren. Der *Funkka-*

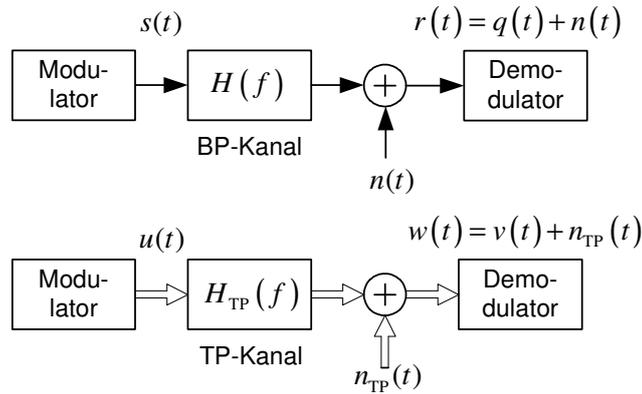


Bild 2.2: BP-Kanal und äquivalenter TP-Kanal

nal schließt die Eigenschaften der Sende- und Empfangsantennen in die Definition mit ein. Für die Untersuchung der Signalübertragung in einem Mobilfunksystem ist der *Modulationskanal* von besonderem Interesse. Er erstreckt sich vom Ausgang des Modulators bis zum Eingang des Demodulators. Er erfasst damit die frequenzselektiven Eigenschaften aller Hoch-, Zwischenfrequenz- und Basisband-Baugruppen (HF-/ZF-/BB-Baugruppen) von Sender und Empfänger, insbesondere die Sende- und Empfangsfilter. Der Modulationskanal ist daher bandbegrenzt und in einem mobilen Funksystem infolge der Teilnehmerbewegung auch zeitvariant. Bei der Berücksichtigung unerwünschter HF-Effekte (*dirty RF*), wie z.B. Sättigungs- und Begrenzungseffekte von Verstärkern und Mischern, wird der Modulationskanal sogar nichtlinear. Für Untersuchungen der Quellen- und Kanalcodierung kann der *Digitalkanal* definiert werden, der alle Baugruppen zwischen dem Ausgang des Kanalcoders im Sender und dem Eingang des Kanaldecoders im Empfänger zusammenfasst. Für die Analyse des Übertragungssystems werden nachfolgend insbesondere die Begriffe des Ausbreitungs- und des Modulationskanals benutzt. Je nach Zweckmäßigkeit werden diese Untersuchungen entweder im Bandpass- oder im äquivalenten Tiefpass-Bereich (BP-/TP-Bereich) durchgeführt und dafür BP- oder TP-Kanalmodelle verwendet. Bild 2.2 zeigt die Kanalmodelle zusammen mit den verwendeten Signalbezeichnungen [2]. Das komplexe Sendesignal  $u(t)$  im TP-Kanalmodell

$$u(t) = I(t) + jQ(t) \quad (2.1)$$

ist die komplexe Hüllkurve (*complex envelope*) des reellen Sendesignals  $s(t)$  im BP-Kanalmodell. Real- und Imaginärteil der komplexen Hüllkurve werden als Quadraturkomponenten bezeichnet. Zwischen  $u(t)$  und  $s(t)$  besteht folgender Zu-

sammenhang

$$\begin{aligned} s(t) &= \Re\{u(t)e^{j2\pi f_c t}\} \\ &= \Re\{[I(t) + jQ(t)][\cos(2\pi f_c t) + j \sin(2\pi f_c t)]\} \\ &= I(t) \cos(2\pi f_c t) - Q(t) \sin(2\pi f_c t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Daraus folgt durch zeitliche Mittelung für die Leistungen von Bandpass- und Tiefpass-Signal

$$P = \overline{s^2(t)} = \frac{1}{2} \left( \overline{I^2(t)} + \overline{Q^2(t)} \right), \quad (2.3)$$

sowie

$$P_{\text{TP}} = \overline{|u(t)|^2} = \overline{u(t)u^*(t)} = \overline{I^2(t)} + \overline{Q^2(t)} = 2P. \quad (2.4)$$

Das heißt, die Leistung des TP-Signals  $u(t)$  ist doppelt so groß wie die des BP-Signals  $s(t)$ .

## 2.2 AWGN-Kanal

Der AWGN-Kanal (*additive white gaussian noise*) ist ein idealisierter Modulationskanal, der weder lineare noch nichtlineare Übertragungsverzerrungen berücksichtigt. Alle Störsignale, die bei einer Übertragung auftreten können (Interferenzsignale, atmosphärische und kosmische Störungen, die durch die Antenne aufgenommen werden, thermisches Rauschen des Empfängers, usw.) werden vereinfachend in einem Rauschsignal zusammengefasst. Die Eigenschaften des Rauschsignals folgen unmittelbar aus der Bezeichnung AWGN:

- Das Rauschsignal überlagert sich dem Nutzsignal *additiv*;
- Die Leistungsdichte der Rauschsignals ist *weiß* (konstant);
- Das Rauschsignal ist ein Zufallsprozess mit einer *gaußschen* Amplitudendichteverteilung.

Bild 2.3 zeigt die AWGN-Kanalmodelle im BP- bzw. TP-Bereich. Die Rauschleistungsdichte  $\Phi_{nn}(f)$  des reellen Störsignals  $n(t)$  im BP-Modell ist konstant und beträgt

$$\Phi_{nn}(f) = N_0/2, \quad |f| < \infty. \quad (2.5)$$

Die Konstante  $N_0/2$  wird als zweiseitige Rauschleistungsdichte des gaußschen, weißen Rauschprozesses bezeichnet. Für das komplexe Störsignals  $n_{\text{TP}}(t)$  gilt

$$n_{\text{TP}}(t) = n_I(t) + j n_Q(t) \quad (2.6)$$

mit

$$\Phi_{n_I n_I}(f) = \Phi_{n_Q n_Q}(f) = N'_0/2 = N_0 \quad (2.7)$$

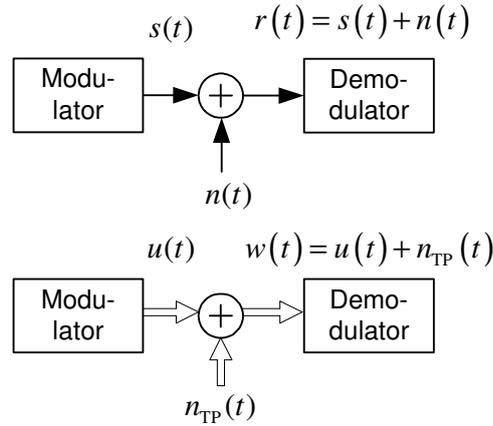


Bild 2.3: AWGN-Kanal

(vgl. Bild 2.4). Der Zusammenhang zwischen den Rauschleistungsdichten im BP- und TP-Modell resultiert aus der Überlegung, dass das Verhältnis von Signalleistung zu Störleistung bei einer Übertragungsbandbreite  $B$  in beiden Modellen gleich sein muss

$$\frac{P_{\text{TP}}}{N_{\text{TP}}} = \frac{P}{N}. \quad (2.8)$$

Die Rauschleistungen berechnen sich in dem BP-Modell mit

$$N = \frac{N_0}{2} 2B = N_0 B \quad (2.9)$$

und in dem TP-Modell mit

$$N_{\text{TP}} = N_I + N_Q = 2 \frac{N'_0}{2} B = N'_0 B. \quad (2.10)$$

Einsetzen von (2.4), (2.9) und (2.10) in (2.8) liefert den in (2.7) angegebenen Zusammenhang. Die AKF des Rauschsignals ergibt sich aus der Fourier-Rücktransformation des Leistungsdichtespektrums. Damit erhält man

$$\phi_{nn}(\tau) = \mathfrak{F}^{-1}\{\Phi_{nn}(f)\} = \frac{N_0}{2} \delta(\tau) \quad (2.11)$$

bzw.

$$\phi_{n_I n_I}(\tau) = \phi_{n_Q n_Q}(\tau) = \frac{N'_0}{2} \delta(\tau) = N_0 \delta(\tau). \quad (2.12)$$

Das heisst, aufeinanderfolgende Rauschwerte sind unkorreliert. Aus (2.4) und (2.7) folgt der wichtige Zusammenhang

$$\frac{\mathcal{E}_b}{N_0} = \frac{P T_b}{N_0} = \frac{P_{\text{TP}} T_b}{2 N_0} = \frac{\mathcal{E}_{b,\text{TP}}}{N'_0}, \quad (2.13)$$

der für die Einstellung eines Signal-Rauschverhältnisses  $\mathcal{E}_b/N_0$  bei einer Computersimulation im äquivalenten TP-Bereich zu beachten ist.

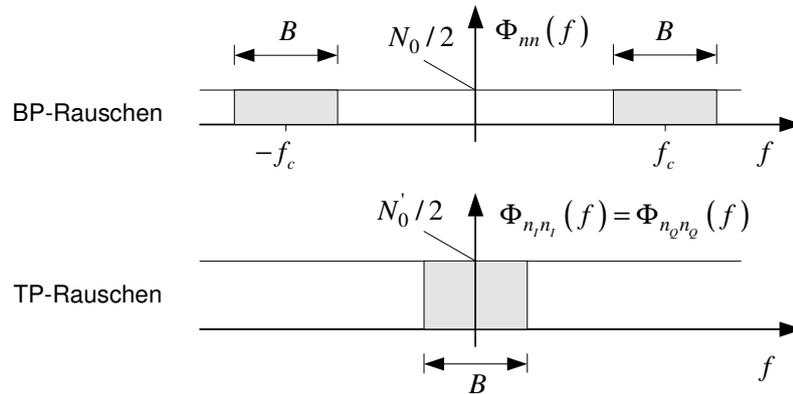


Bild 2.4: Zweiseitige Rauschleistungsdichten im BP- und TP-Kanal

## 2.3 Mobilfunkkanal

### 2.3.1 Allgemeines

Um die Leistungsfähigkeit eines neu zu entwickelnden Funksystems genau vorherzusagen, braucht der Nachrichteningenieur zuverlässige Modelle des Mobilfunkkanals, die alle relevanten physikalischen Effekte berücksichtigen. Welche physikalischen Effekte der Signalausbreitung relevant sind und berücksichtigt werden müssen, hängt dabei von dem Funksystem selbst ab. In dem Maße wie man den Ausbreitungsmechanismus der elektromagnetischen Funkwellen und ihre komplizierte Wechselwirkung mit den umgebenden Objekten durch Beugung, Streuung und Reflexion immer besser verstanden hat und mathematisch beschreiben konnte, hat man Übertragungssysteme entwickelt, die an die Eigenschaften des Übertragungskanals angepasst sind, um die Übertragungssicherheit und/oder die Übertragungskapazität zu erhöhen. Die Übertragungsmodelle sind daher im Laufe der Zeit immer genauer und komplizierter geworden [3]. Nachfolgend sollen die Auswirkungen von zwei physikalischen Effekten des Mobilfunkkanals auf das Sendesignal diskutiert werden:

- Mehrwegeausbreitung (*multi path propagation*),
- Doppler-Effekt (*Doppler effect*).

Bild 2.5 zeigt ein Ausbreitungsszenario in dem Mehrwegeausbreitung und Doppler-Effekt entstehen. Die Mehrwegeausbreitung beschreibt das Phänomen, dass die elektromagnetischen Wellen aufgrund von Reflexionen, Beugungen und Streuungen an Hindernissen auf unterschiedlichen Wegen zur Empfangsantenne gelangen können. Das heißt, die Signale gelangen mit unterschiedlichen Verzögerungen und aus unterschiedlichen Einfallsrichtungen zur Empfangsantenne. Damit

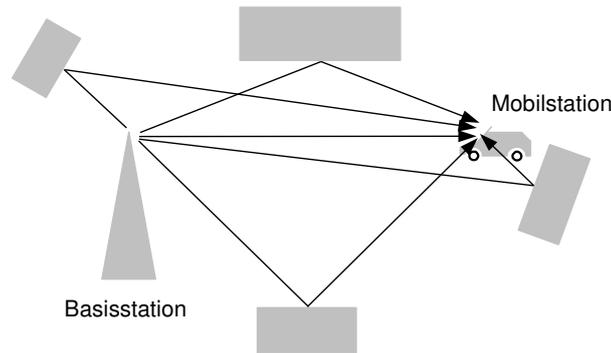


Bild 2.5: Übertragungsszenario mit Mehrwegeausbreitung und Doppler-Effekt

verbunden ist eine zeitliche Spreizung des Sendesignals (*delay spread*) und eine Winkelspreizung (*angle spread*). Der Doppler-Effekt wird durch Bewegung der Sendeantenne, der Empfangsantenne und/oder anderer Objekte in dem Ausbreitungskanal hervorgerufen und führt zu einer Verschiebung des Sendespektrums, in Verbindung mit der Mehrwegeausbreitung zu einer spektralen Spreizung des Sendesignals (*Doppler spread*). Infolge der Doppler-Spreizung ändert der Übertragungskanal seine Eigenschaften als Funktion der Zeit, er wird zeitvariant. Nachfolgend werden die zeitliche und die spektrale Spreizung, auch als zeitliche oder spektrale Dispersion bezeichnet, näher betrachtet. Die Berücksichtigung dieser beiden Effekte führt auf Kanalmodelle, die zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit digitaler Funkssysteme geeignet sind, die keinen Gebrauch von Strahlformung (*beamforming*) und räumlichem Multiplex (*spatial multiplexing*) machen. Zur Simulation von Mehrantennensystemen werden räumliche Kanalmodelle gebraucht, die auch die Winkelspreizung nachbilden. Solche Kanalmodelle werden nachfolgend nicht betrachtet. Eine Ausnahme bildet nur ein sehr einfaches räumliches Kanalmodell in Kapitel 6.1 für ein Übertragungssystem mit  $N_T$  Sende- und  $N_R$  Empfangsantennen zur Demonstration des übertragungstechnischen Vorteils, der bei einer Übertragung über zeitvariante Kanäle durch die Verwendung mehrerer Antennen erzielt werden kann. Bei diesem Modell ist jeder Signalpfad zwischen einer Sende- und Empfangsantenne ein unabhängiger, zeitvarianter, nicht frequenzselektiver Übertragungskanal (Rayleigh-Kanal, vgl. Kapitel 2.3.4) mit identischen statistischen Eigenschaften.

### 2.3.2 Mehrwegeausbreitung

Bei einer Funkübertragung, insbesondere mit omnidirektionalen Sende- und Empfangsantennen, kann das Sendesignal auf verschiedenen Wegen zum Empfänger gelangen. Neben einer eventuell vorhandenen LOS-Verbindung (*line of sight*, Sichtverbindung), die die kürzeste Verbindung zwischen Sender und Empfänger

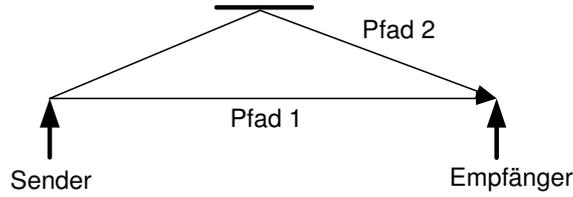


Bild 2.6: Entstehung von Frequenzfading

darstellt, können in Abhängigkeit von der Umgebung zusätzliche Verbindungspfade mit längeren Laufzeiten durch Reflexion, Beugung und Streuung an Hindernissen entstehen. Dieses Phänomen wird als Mehrwegeausbreitung bezeichnet. Die Auswirkung der Mehrwegeausbreitung auf das Sendesignal soll an einem einfachen Beispiel mit zwei Ausbreitungspfaden untersucht werden (Bild 2.6). Sende- und Empfangsantenne werden als feststehend angenommen. Das Übertragungssystem ist zeitinvariant, so dass kein Doppler-Effekt berücksichtigt werden muss. Bezeichnet man das Sendesignal im TP-Bereich mit  $u(t)$ , dann lässt sich für das Empfangssignal  $v(t)$  schreiben

$$v(t) = a_1 e^{j\varphi_1} u(t - \tau_1) + a_2 e^{j\varphi_2} u(t - \tau_2). \quad (2.14)$$

Dabei bedeuten in obiger Gleichung  $a_1, a_2$  Dämpfungen,  $\varphi_1, \varphi_2$  Phasendrehungen und  $\tau_1, \tau_2$  Verzögerungen, die das Sendesignal auf den beiden Pfaden erfährt. Die Fourier-Transformation liefert das Amplitudendichtespektrum des Empfangssignals

$$V(f) = \mathfrak{F}\{v(t)\} = a_1 e^{j\varphi_1} e^{-j2\pi f\tau_1} U(f) + a_2 e^{j\varphi_2} e^{-j2\pi f\tau_2} U(f). \quad (2.15)$$

Für die Übertragungsfunktion des Kanals folgt daraus

$$H_{\text{TP}}(f) = \frac{V(f)}{U(f)} = e^{-j(2\pi f\tau_1 - \varphi_1)} (a_1 + a_2 e^{-j(2\pi f\Delta\tau - \Delta\varphi)}). \quad (2.16)$$

Dabei bezeichnen  $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$  und  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  die Laufzeit- und die Phasendifferenzen der beiden Empfangssignale. Für Betrag und Phase der Übertragungsfunktion erhält man

$$|H_{\text{TP}}(f)| = \left| \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(2\pi f\Delta\tau - \Delta\varphi)} \right|, \quad (2.17)$$

$$-\arg(H_{\text{TP}}(f)) = b(f) \quad (2.18)$$

$$= (2\pi f\tau_1 - \varphi_1) + \tan^{-1} \left( \frac{a_2 \sin(2\pi f\Delta\tau - \Delta\varphi)}{a_1 + a_2 \cos(2\pi f\Delta\tau - \Delta\varphi)} \right).$$

In Bild 2.7 sind der Betrag und der nichtlineare Teil der Phase der Übertragungsfunktion  $H_{\text{TP}}(f)$  für den Fall  $\Delta\varphi = 0$  und für zwei verschiedene Dämpfungswertpaare  $a_1, a_2$  dargestellt. Man erkennt, dass der Kanal die Bedingungen

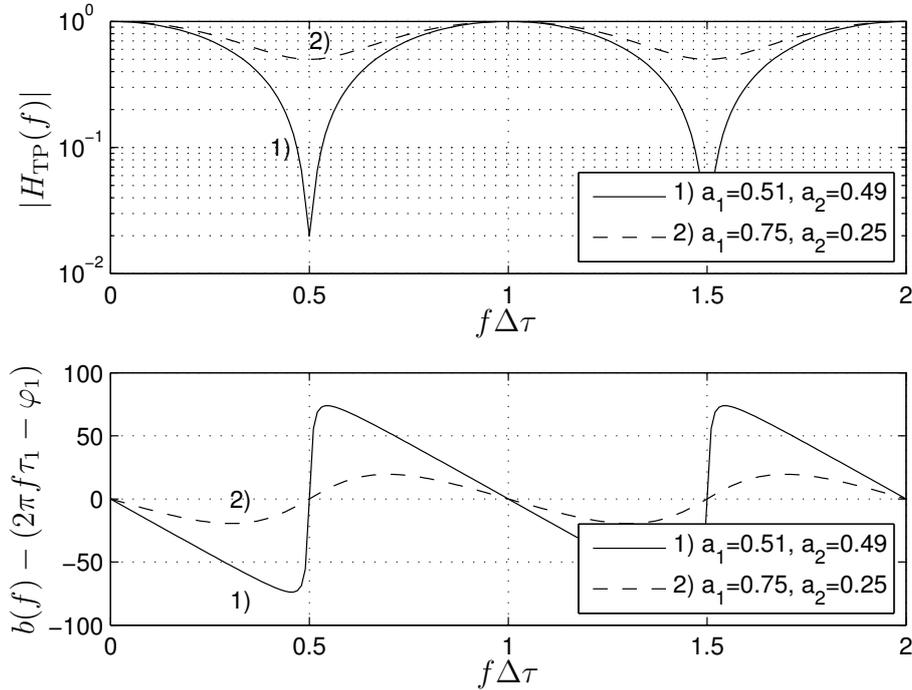


Bild 2.7: Betrag und Phase der Übertragungsfunktion bei einer Zweifadausbreitung ( $\Delta\varphi = 0$ )

für eine verzerrungsfreie Signalübertragung nicht erfüllt (vgl. [2], Kapitel 2.1.2). Der Betrag der Übertragungsfunktion ist nicht konstant, die Phase ist nicht linear. Betrag und Phase sind periodische Funktionen der Frequenz. Aus (2.17) ergibt sich die Periodendauer zu  $\Delta f$

$$\Delta f = \frac{1}{\Delta\tau} = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1}. \quad (2.19)$$

Das heißt, die Periodendauer wird umso kleiner, je größer die Laufzeitdifferenz der Signale ist. Die Tiefe der Betragseinbrüche wird umso größer, je kleiner die Dämpfungsdifferenz  $a_1 - a_2$  der Signale ist. Da eine große Laufzeitdifferenz zu einer großen zeitlichen Signalspreizung führt, lässt sich aus diesem einfachen Beispiel eine wichtige Erkenntnis ableiten, die durch die nachfolgenden Analysen bestätigt wird: Ein Übertragungskanal ändert seine Übertragungseigenschaften als Funktion der Frequenz umso schneller, je größer seine zeitliche Spreizung ist. Die Schwankung der Übertragungsfunktion als Funktion der Frequenz wird auch als Frequenzfading bezeichnet.

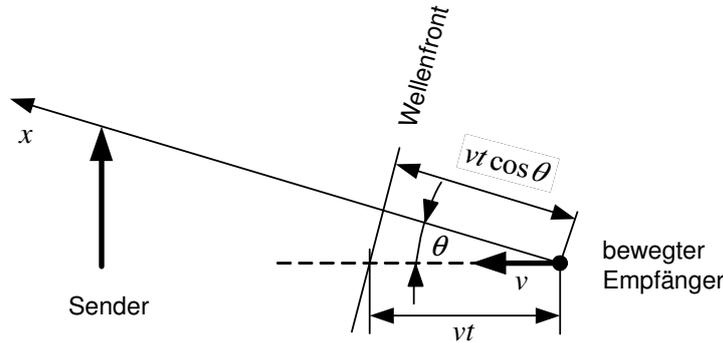


Bild 2.8: Entstehung der Doppler-Frequenzverschiebung

### 2.3.3 Doppler-Effekt

Der Doppler-Effekt verursacht eine Frequenzverschiebung einer elektromagnetischen Welle infolge der Phasenänderung, die durch die Relativbewegung zwischen Sende- und Empfangsantenne und/oder einem reflektierendem Hindernis hervorgerufen wird. Es soll dabei angenommen werden, dass die Relativbewegungen mit einer Geschwindigkeit erfolgen, die viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit sind. Die Entstehung der Frequenzverschiebung infolge des Doppler-Effektes kann dann einfach mit Bild 2.8 erklärt werden. Von einer feststehenden Sendeantenne wird ein unmoduliertes Trägersignal  $s(t)$  abgestrahlt

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \varphi_0)$$

und von einer mobilen Empfangsantenne aufgenommen.  $A$  bezeichnet die Amplitude des Sendesignals und  $f_c$  die Trägerfrequenz. Für das Signal an der Empfangsantenne  $r(t)$  gilt

$$r(t) = aA \cos(\underbrace{2\pi f_c t + kx + \varphi_0}_{\varphi(t)}), \quad (2.20)$$

wobei  $a$  die Dämpfung beschreibt, die das Sendesignal erfährt,  $k = 2\pi/\lambda$  die Wellenzahl bezeichnet und  $x$  die Entfernung vom Empfänger zum Sender angibt. Die Momentanfrequenz des Empfangssignals berechnet sich mit

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\varphi(t)}{dt} = f_c + \frac{k}{2\pi} \frac{dx(t)}{dt} = f_c + f_d. \quad (2.21)$$

Man erkennt, dass eine Ortsveränderung mit einer Frequenzänderung verbunden ist. Diese Frequenzänderung wird als Doppler-Frequenz  $f_d$  bezeichnet. Nimmt man an, dass in dem betrachteten Zeitraum die Geschwindigkeit  $v$  des bewegten Empfängers und der Winkel  $\theta$  konstant sind, dann gilt

$$\frac{dx(t)}{dt} = v \cos \theta. \quad (2.22)$$

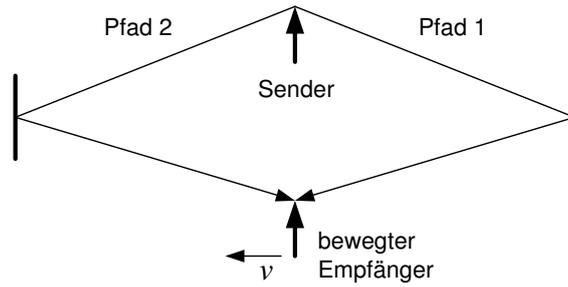


Bild 2.9: Entstehung von Zeitfading (Schwund) bei Zweipfadausbreitung

Berücksichtigt man weiterhin die Beziehung

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{c} f_c, \quad (2.23)$$

wobei  $\lambda$  die Wellenlänge und  $c$  die Lichtgeschwindigkeit bezeichnen, dann erhält man folgende Beziehung für die Doppler-Frequenz

$$f_d = \frac{k}{2\pi} v \cos \theta = \frac{v}{\lambda} \cos \theta = \frac{v}{c} f_c \cos \theta = f_m \cos \theta. \quad (2.24)$$

Für die maximale Doppler-Verschiebung  $f_m$  gilt die Beziehung

$$f_m = \frac{k}{2\pi} v = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{c} f_c, \quad (2.25)$$

aus der die zugeschnittene Größengleichung

$$\frac{f_m}{\text{Hz}} = 0.93 \frac{v}{\text{km/h}} \frac{f_c}{\text{GHz}} \quad (2.26)$$

folgt. Ohne Mehrwegeausbreitung verursacht der Doppler-Effekt nur eine Frequenzverschiebung des Sendesignals. Diese Frequenzverschiebung lässt sich am Empfänger leicht rückgängig machen, indem der lokale Empfängeroszillator auf die neue Empfangsfrequenz abgestimmt wird. Eine andere Situation entsteht, wenn der Doppler-Effekt zusammen mit einer Mehrwegeausbreitung auftritt. Aus einem unmodulierten Trägersignal entsteht dann ein Empfangssignal mit vielen neuen Frequenzen, da die Doppler-Frequenz von dem Einfallswinkel  $\theta$  abhängt. Der Doppler-Effekt bewirkt in Verbindung mit der Mehrwegeausbreitung eine spektrale Spreizung (*doppler spread*) des Sendesignals. Nachfolgend soll mit Hilfe eines einfachen Beispiels die Auswirkung des Doppler-Effektes bei einer Zweipfadausbreitung untersucht werden. Das Übertragungsszenario ist in Bild 2.9 veranschaulicht. Es wird angenommen, dass ein unmodulierter Träger gesendet wird. Für das TP-Sendesignal gilt dann

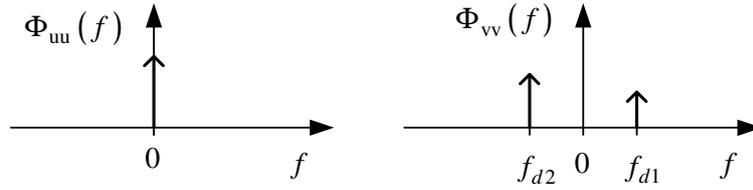


Bild 2.10: Leistungsdichtespektrum von Sende- und Empfangssignal bei Zweipfad- ausbreitung und Dopplereffekt nach Bild 2.9

$$u(t) = 1. \quad (2.27)$$

An der Empfangsantenne treffen zwei Signale aus unterschiedlichen Richtungen ein und haben im allgemeinen Fall unterschiedliche Leistungen und Doppler- Verschiebungen. Bild 2.10 zeigt das Leistungsdichtespektrum von Sende- und Empfangssignal. Die komplexe Hüllkurve des Empfangssignals  $v(t)$  berechnet sich zu

$$\begin{aligned} v(t) &= a_1 e^{j(2\pi f_{d1}t + \varphi_1)} + a_2 e^{j(2\pi f_{d2}t + \varphi_2)} \\ &= e^{j(2\pi f_{d1}t + \varphi_1)} (a_1 + a_2 e^{-j(2\pi \Delta f_d t + \Delta \varphi)}). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Dabei bezeichnen  $\Delta f_d = f_{d1} - f_{d2}$  und  $\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  die Differenzen der Doppler- Frequenzen und der Phasen der beiden Empfangssignale. Für Betrag und Phase des Empfangssignals folgt daraus

$$|v(t)| = \left| \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(2\pi \Delta f_d t + \Delta \varphi)} \right|, \quad (2.29)$$

$$\arg(v(t)) = 2\pi f_{d1}t + \varphi_1 - \tan^{-1} \left( \frac{a_2 \sin(2\pi \Delta f_d t + \Delta \varphi)}{a_1 + a_2 \cos(2\pi \Delta f_d t + \Delta \varphi)} \right). \quad (2.30)$$

Der Betrag und der nichtlineare Teil der Phase des Empfangssignals  $v(t)$  sind in Bild 2.11 für  $\Delta \varphi = 0$  und zwei verschiedene Dämpfungswertpaare  $a_1, a_2$  dargestellt. Man erkennt, dass der Übertragungskanal infolge des Doppler-Effektes eine Amplituden- und Phasenmodulation des Sendesignals vorgenommen hat. Empfangsamplitude und Empfangsphase sind periodische Zeitfunktionen. Die Periodendauer berechnet sich mit (2.29) zu

$$\Delta t = \frac{1}{\Delta f_d} = \frac{1}{f_{d2} - f_{d1}}. \quad (2.31)$$

Das heißt, der Zeitabstand der Betragseinbrüche wird umso kleiner, je größer die Differenz der Doppler-Frequenzen der beiden Empfangssignale ist. Die Tiefe der Betragseinbrüche wird umso größer, je kleiner die Dämpfungsdifferenz  $a_1 - a_2$  der Signale ist. Da eine große Doppler-Frequenzdifferenz zu einer großen spektralen Signalspreizung führt, lässt sich aus diesem einfachen Beispiel eine wichtige

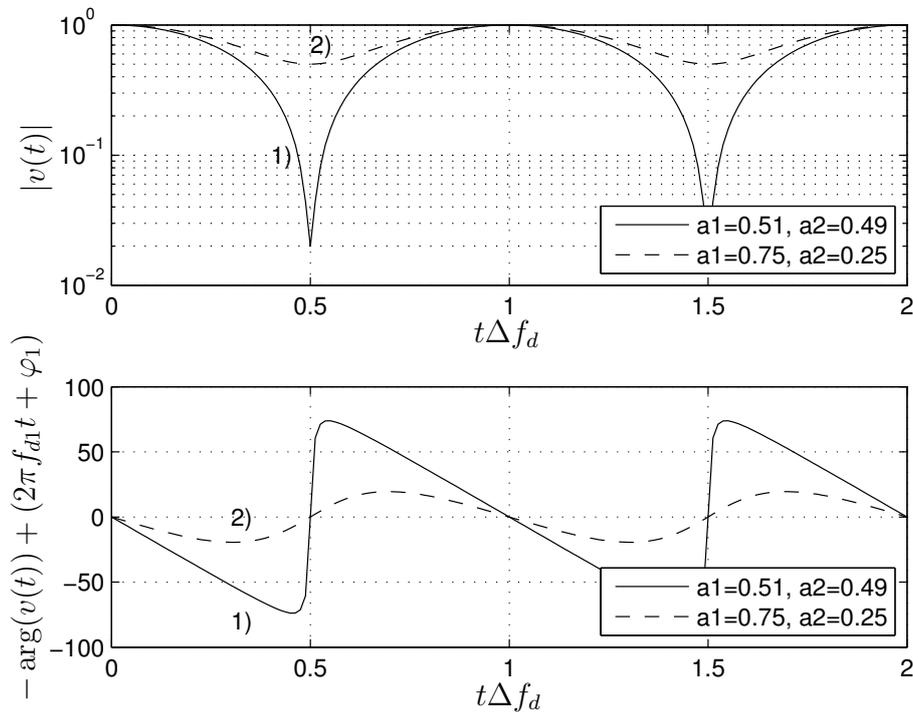


Bild 2.11: Betrag und Phase des Empfangssignals  $v(t)$  bei einer Zweipfadausbreitung und Doppler-Verschiebung ( $\Delta\varphi = 0$ )

Erkenntnis ableiten, die durch die nachfolgenden Analysen bestätigt wird: Die zeitliche Änderung eines Übertragungskanal wird umso schneller, je größer seine spektrale Spreizung ist. Interessant ist ein Vergleich der Betrags- und Phasenkurven der Bilder 2.7 und 2.11. Die Betrags- und Phasenverläufe der dargestellten Funktionen haben den gleichen Verlauf. In beiden Übertragungssituationen überlagern sich zwei Empfangssignale. In dem ersten Fall führt die unterschiedliche Laufzeit der Signale zu einer zeitlichen Spreizung des Signals. Diese zeitliche Spreizung bewirkt Frequenzfading, d.h., der Betrag der Übertragungsfunktion  $|H_{TP}(f)|$  ist nichtmehr konstant. In dem zweiten Fall führt der Doppler-Effekt in Verbindung mit der Zweipfadausbreitung zu einer spektralen Spreizung des Signals. Diese spektrale Spreizung bewirkt zeitliches Fading oder Schwund, d.h., der Betrag des Empfangssignals  $|v(t)|$  ist nicht mehr konstant, obwohl der Betrag des Sendesignals  $|u(t)|$  konstant ist .

### 2.3.4 Rayleigh-Kanal

Der Rayleigh-Kanal ist ein idealisiertes Modell für einen zeitvarianten Übertragungskanal, das für schmalbandige Mobilfunkverbindungen unter NLOS-Bedingungen (*non line of sight*, keine Sichtverbindung) angewendet werden kann (Bild 2.12), wenn keine zeitliche Spreizung berücksichtigt werden muss. In den nachfolgenden Kapiteln wird gezeigt, wie man ausgehend von dem Rayleigh-Kanalmodell weitere Kanalmodelle, wie z.B. den Rice-Kanal und den WSSUS-Kanal, ableiten kann. Daher ist das Verständnis des Rayleigh-Kanals, als eine wichtige Komponente anderer Kanalmodelle, von Bedeutung. Zur Ableitung des Rayleigh-Kanalmodells werden folgende Annahmen gemacht:

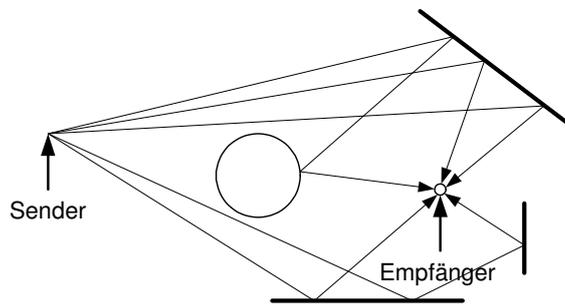


Bild 2.12: NLOS-Übertragungssituation

- An der Empfangsantenne treffen sehr viele Signale aus unterschiedlichen Richtungen ein (Anzahl der Signale geht theoretisch gegen Unendlich);
- Die Empfangssignale mit unterschiedlichen Einfallswinkeln werden unkorreliert angenommen;
- Alle Einfallswinkel sind gleichwahrscheinlich;
- Die Laufzeiten der aus den verschiedenen Richtungen eintreffenden Signale sind gleich (lassen sich aufgrund der Empfängerbandbreite nicht auflösen). Die Verzögerungszeit betrage  $\tau_0$ ;
- Die Leistung der Signale sind im statistischen Mittel gleich.

Die Überlagerung der vielen Signale am Empfangsort führt in Verbindung mit dem Doppler-Effekt zu einem schnellen Schwanken der Empfangsamplitude. Dieses Schwanken wird als Schwund oder (zeitliches) Fading bezeichnet. Der Einfluss des Rayleigh-Kanals auf das Sendesignal  $u(t)$  kann als eine multiplikative Störung beschrieben werden (Bild 2.13)

$$v(t) = c(t) u(t - \tau_0). \quad (2.32)$$

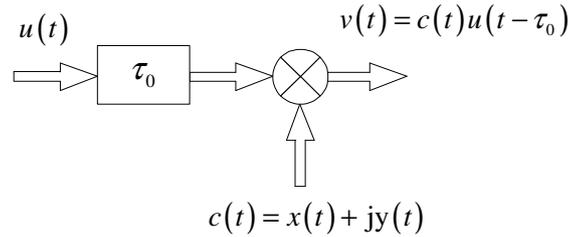


Bild 2.13: Rayleigh-TP-Kanal

Zur mathematischen Beschreibung und Modellierung des Rayleigh-Kanals werden die statistischen Eigenschaften des komplexen Zufallsprozesses  $c(t)$  gebraucht. Dieser Zufallsprozess wird durch seine Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (PDF, *probability density function*) und seine Autokorrelationsfunktion (AKF)  $\phi_{cc}(\tau)$  vollständig beschrieben. PDF und AKF des Prozesses  $c(t)$  werden nachfolgend abgeleitet.

### Berechnung der PDF von $c(t)$ und $|c(t)|$

Als Sendesignal wird ein unmodulierter Träger mit der Amplitude  $A$  angenommen. Das entsprechende TP-Signal lautet

$$u(t) = A. \quad (2.33)$$

In Verallgemeinerung des Beispiels von Kapitel 2.3.3 lässt sich für das Empfangssignal schreiben

$$v(t) = A \sum_{k=1}^N a_k e^{j(2\pi f_{d,k}t + \varphi_k)} = A c(t) \quad (2.34)$$

mit

$$c(t) = x(t) + jy(t) = \sum_{k=1}^N a_k e^{j(2\pi f_{d,k}t + \varphi_k)}. \quad (2.35)$$

Real- und Imaginärteil von  $c(t)$  entstehen zu jedem Zeitpunkt  $t$  durch die Überlagerung vieler unabhängiger Zufallsgrößen mit identischen Verteilungsdichten

$$x(t) = \sum_{k=1}^N a_k \cos(2\pi f_{d,k}t + \varphi_k), \quad (2.36)$$

$$y(t) = \sum_{k=1}^N a_k \sin(2\pi f_{d,k}t + \varphi_k). \quad (2.37)$$

Es darf daher die Gültigkeit des zentralen Grenzwertsatzes angenommen werden ([4], Kapitel: Stochastic convergence and limit theorems). Die Amplitudendichteverteilung von Real- und Imaginärteil von  $c(t)$  ist daher eine Gauß-Verteilung.

Sie ist mittelwertfrei, da durch die Überlagerung von Sinus- bzw. Kosinusfunktionen mit zufälligen Dopplerfrequenzen und Phasen ( $f_{d,k}$ ,  $\varphi_k$ ) positive und negative Amplitudenwerte gleichen Betrages gleich wahrscheinlich auftreten. Die Varianz der Gauß-Verteilung folgt aus der Nebenbedingung, dass der Rayleigh-Kanal im zeitlichen Mittel weder eine Verstärkung noch eine Dämpfung bewirken soll. Diese Nebenbedingung soll auch für alle später abgeleiteten Kanalmodelle gelten. Sie resultiert aus der Tatsache, dass die hier betrachteten Kanalmodelle nur das schnelle Fading nachbilden sollen, nicht aber langsame Pegeländerungen am Empfänger infolge Freiraumdämpfung und Abschattung (langsame Fading). Langsame Pegeländerungen können durch Verstärkungsregelung im Empfänger (AGC, *automatic gain control*) und durch Regelung der Sendeleistung mit Hilfe von Pegelregelungsbefehlen über Steuerkanäle (TPC, *transmit power control*) vom Empfänger zum Sender in einem großen Bereich kompensiert werden. Das schnelle Fading lässt sich mit diesen Maßnahmen nicht kompensieren. Um die Leistungsfähigkeit eines Modulationsverfahrens zu testen, ist es daher wichtig, das schnelle Fading realistisch nachzubilden. Eine andere Aufgabenstellung ist die Planung und Optimierung eines Mobilfunksystems. Hier braucht man Kanalmodelle, die möglichst exakt die Pegeldämpfung zwischen Sender und Empfänger in einem geografischen Gebiet vorhersagen. Diese Aufgabenstellung wird hier nicht betrachtet. Für das Rayleigh-Kanalmodell soll gelten

$$\overline{|c(t)|^2} = \overline{|x(t)|^2} + \overline{|y(t)|^2} = 1. \quad (2.38)$$

Da die betrachteten Gauß-Prozesse ergodisch angenommen werden, lässt sich der zeitliche Mittelwert durch einen Ensemblemittelwert ersetzen, und man erhält für die Varianz  $\sigma^2$  von Real- und Imaginärteil von  $c(t)$  die Bedingung

$$\overline{|c(t)|^2} = E[x^2 + y^2] = E[x^2] + E[y^2] = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 = 2\sigma^2 = 1, \quad (2.39)$$

und es folgt

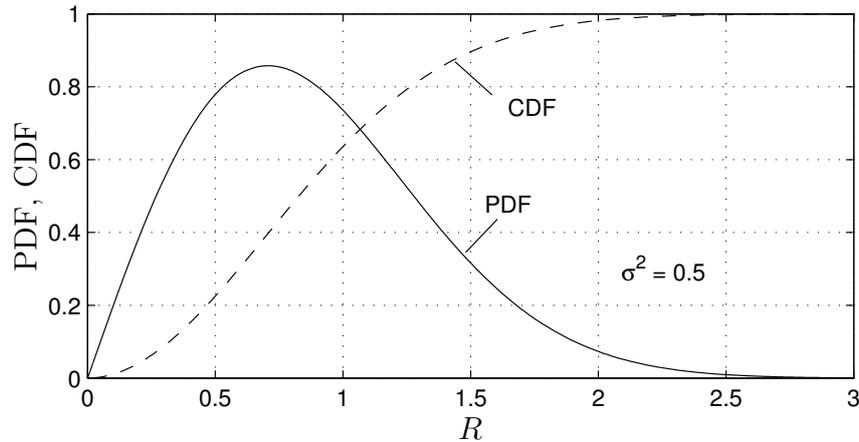
$$\sigma^2 = 0.5. \quad (2.40)$$

Damit ergibt sich für die PDF von  $x(t)$  (und entsprechend die von  $y(t)$ )

$$p_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-x^2). \quad (2.41)$$

Aus der Theorie der Zufallsprozesse ist bekannt, dass der Betrag eines komplexen Gauß-Prozesses einer Rayleigh-Verteilung unterliegt ([5], Kapitel: Probability and stochastic processes). Um die Schreibweise zu vereinfachen, soll nachfolgend die Bezeichnung  $R = |c|$  verwendet werden. Für die PDF von  $R = |c| = \sqrt{x^2 + y^2}$  gilt daher

$$p_R(R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma^2}\right) = 2R \exp(-R^2), \quad R \geq 0. \quad (2.42)$$

Bild 2.14: PDF und CDF der Rayleigh-Verteilung,  $\sigma^2 = 0.5$ 

Wahrscheinlichkeitsdichte- und Verteilungsfunktion (CDF, *cumulative distribution function*) der Rayleigh-Verteilung für  $\sigma^2 = 0.5$  sind in Bild 2.14 dargestellt. Die Momente der Rayleigh-Verteilung berechnen sich mit

$$E[R^k] = (2\sigma^2)^{k/2} \Gamma(1 + k/2), \quad (2.43)$$

wobei  $\Gamma(\cdot)$  die Gammafunktion bezeichnet. Für  $\sigma^2 = 0.5$  ergibt sich damit wie gefordert

$$E[|c|^2] = E[R^2] = \Gamma(2) = 1. \quad (2.44)$$

### Berechnung der Autokorrelationsfunktion von $c(t)$

Die Autokorrelationsfunktion von  $c(t)$  berechnet sich mit

$$\phi_{cc}(t, t + \Delta t) = E[c^*(t)c(t + \Delta t)]. \quad (2.45)$$

Einsetzen von (2.35) in diese Gleichung liefert

$$\phi_{cc}(t, t + \Delta t) = E \left[ \left( \sum_{k=1}^N a_k e^{-j(2\pi f_{d,k}t + \varphi_k)} \right) \left( \sum_{l=1}^N a_l e^{j(2\pi f_{d,l}(t+\Delta t) + \varphi_l)} \right) \right]. \quad (2.46)$$

Da die Signale, die aus unterschiedlichen Richtungen an der Empfangsantenne eintreffen, unkorreliert angenommen werden (vgl. Annahme 2), lässt sich die AKF in zwei Teile zerlegen. Der erste Teil berücksichtigt die unkorrelierten Signale mit unterschiedlichen Doppler-Frequenzen, der zweite Teil die Komponenten mit

gleichen Doppler-Frequenzen

$$\begin{aligned}\phi_{cc}(t, t + \Delta t) &= \sum_{k=1}^N \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq k}}^N \mathbb{E}[a_k e^{-j\varphi_k} e^{-j2\pi f_{d,k}t}] \mathbb{E}[a_l e^{j\varphi_l} e^{j2\pi f_{d,l}(t+\Delta t)}] \\ &\quad + \sum_{l=1}^N \mathbb{E}[a_l^2 e^{j2\pi f_{d,l}\Delta t}].\end{aligned}\quad (2.47)$$

Mit den getroffenen Voraussetzungen, dass Dämpfungen  $a_k$ , Phasen  $\varphi_k$  und Doppler-Frequenzen  $f_{d,k}$  unkorreliert, und die Phasen  $\varphi_k$  in dem Intervall  $(0, 2\pi)$  gleichverteilt sind, gilt

$$\mathbb{E}[a_k e^{-j\varphi_k} e^{-j2\pi f_{d,k}t}] = \mathbb{E}[a_k] \underbrace{\mathbb{E}[e^{-j\varphi_k}]}_{=0} \mathbb{E}[e^{-j2\pi f_{d,k}t}], \quad (2.48)$$

und für die AKF folgt

$$\begin{aligned}\phi_{cc}(\Delta t) &= \sum_{l=1}^N \mathbb{E}[a_l^2] \mathbb{E}[e^{j2\pi f_{d,l}\Delta t}] \\ &= N \mathbb{E}[a_l^2] \mathbb{E}[e^{j2\pi f_{d,l}\Delta t}].\end{aligned}\quad (2.49)$$

Berücksichtigt man weiterhin, dass der Mittelwert der Leistungsverstärkung Eins sein soll

$$\mathbb{E}[R^2] = \phi_{cc}(0) = N \mathbb{E}[a_l^2] = 1.0, \quad (2.50)$$

dann folgt für die AKF

$$\phi_{cc}(\Delta t) = \mathbb{E}[e^{j2\pi f_d \Delta t}]. \quad (2.51)$$

Für die Berechnung dieses Erwartungswertes ist die PDF der Doppler-Frequenz erforderlich. Da die Einfallswinkel der Empfangssignale gleichverteilt angenommen wurden

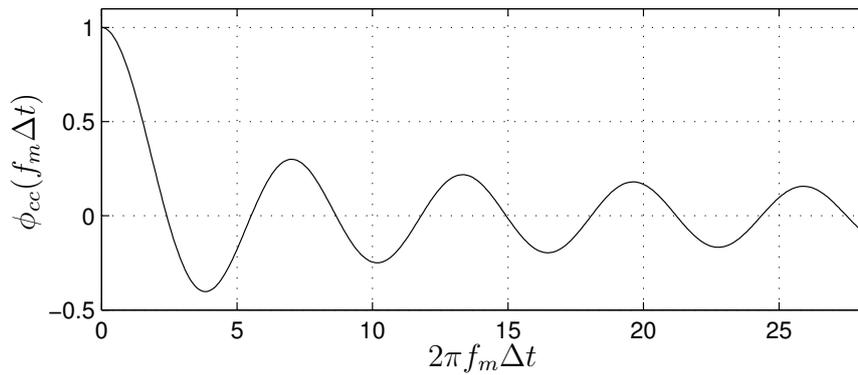
$$p_\theta(\theta) = \frac{1}{2\pi}, \quad -\pi \leq \theta < \pi, \quad (2.52)$$

folgt mit Hilfe der Transformationsregel für Wahrscheinlichkeitsdichteverteilungen (siehe Anhang A.2)

$$p_{f_d}(f_d) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}}, \quad -f_m \leq f_d \leq f_m. \quad (2.53)$$

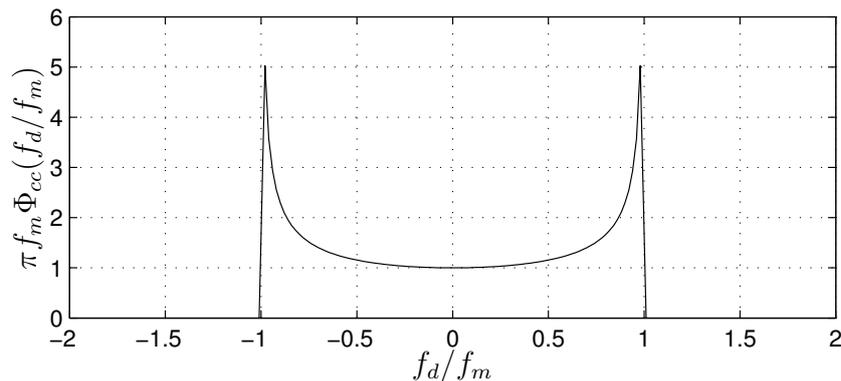
Damit ergibt sich schließlich für die gesuchte AKF

$$\phi_{cc}(\Delta t) = \frac{1}{\pi f_m} \int_{-f_m}^{f_m} \frac{e^{j2\pi f_d \Delta t}}{\sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} df_d = J_0(2\pi f_m \Delta t) = J_0\left(2\pi \frac{v \Delta t}{\lambda}\right), \quad (2.54)$$

Bild 2.15: AKF des Rayleigh-Störprozesses  $c(t)$ 

wobei  $J_0(\cdot)$  die Besselfunktion 0-ter Ordnung bezeichnet. Das Leistungsdichtespektrum (*power density spectrum*, PDS) des Störprozesses  $c(t)$  kann durch Fourier-Transformation der AKF berechnet werden. Das Ergebnis lässt sich ohne Rechnung sofort angeben, wenn man erkennt, dass Gleichung (2.54) eine Fourier-Rücktransformation der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_{f_d}(f_d)$  beschreibt. Die Fourier-Transformation der AKF liefert daher wieder eine Funktion, deren Verlauf mit der Wahrscheinlichkeitsdichte  $p_{f_d}(f_d)$  übereinstimmt. Man erhält daher

$$\Phi_{cc}(f_d) = \mathfrak{F}\{\mathfrak{F}^{-1}\{p_{f_d}(f_d)\}\} = p_{f_d}(f_d) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}}, \quad |f_d| \leq f_m. \quad (2.55)$$

Bild 2.16: Leistungsdichtespektrum des Rayleigh-Störprozesses  $c(t)$ 

Die Bilder 2.15 und 2.16 zeigen die AKF und das Leistungsdichtespektrum des Rayleigh-Störprozesses  $c(t)$ . Da die AKF eine gerade Funktion ist, wurde sie

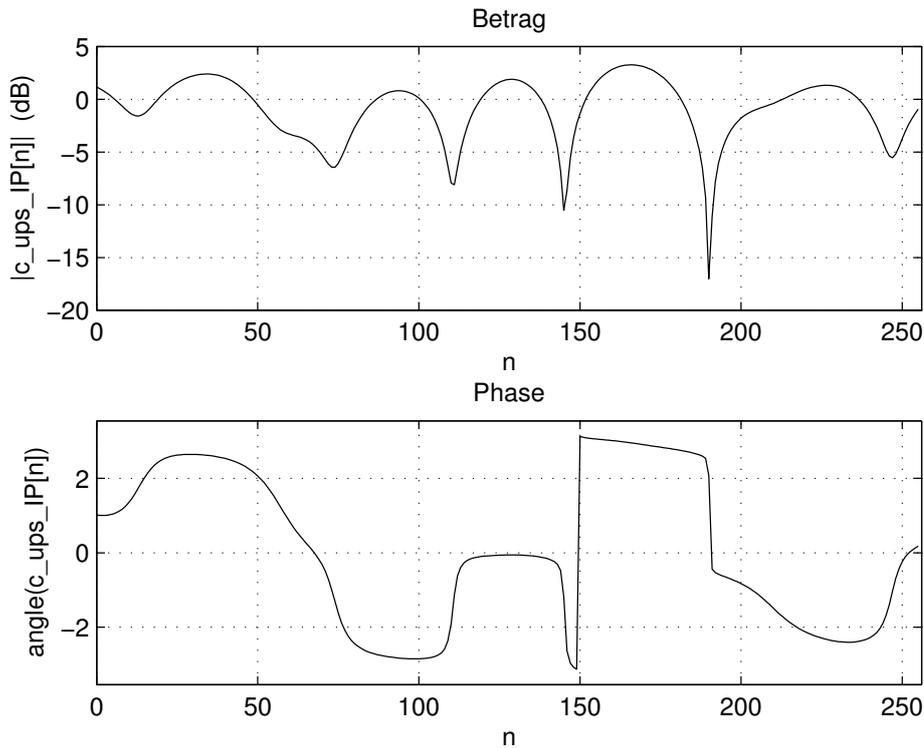


Bild 2.17: Simulierter Rayleigh-Störprozess  $c[n]$ ,  $f_a/f_m = 256$

nur für positive Argumente dargestellt. Das Leistungsdichtespektrum nach (2.55) wird auch als klassisches Doppler-Spektrum (*classical Doppler spectrum*) oder als Jakes-Spektrum bezeichnet. Die aus der Systemtheorie bekannte Gesetzmäßigkeit des inversen Verhaltens von Impulsbreite und zugehöriger Bandbreite findet auch hier seine Bestätigung. Zu einem breitem Doppler-Spektrum gehört ein schmaler AKF-Impuls und umgedreht. Das heißt ein Rayleigh-Kanal mit einem breitem Doppler-Spektrum verändert sehr schnell seine Eigenschaften. Geht dagegen die Doppler-Bandbreite gegen Null, nähert man sich einem stationären Kanal.

### Simulation des Rayleigh-Kanals

Die Kenntnis der statistischen Kenngrößen des Störprozesses  $c(t)$  (PDF, AKF bzw. PDS) gestattet es, den Rayleigh-Kanal rechenstechnisch zu simulieren. In Kapitel A.3 wird eine Realisierungsmöglichkeit für eine solche Simulation beschrieben. Bild 2.17 zeigt einen Ausschnitt des komplexen Rayleigh-Störprozesses, der mit diesem Verfahren erzeugt wurde. Bei diesem Beispiel betrug das Verhältnis von Abtastfrequenz zu maximaler Dopplerfrequenz:  $f_a/f_m = 256$ .

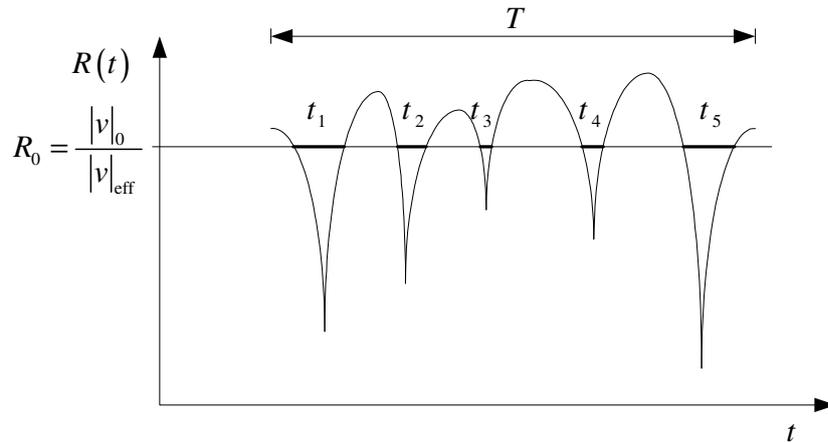


Bild 2.18: Fadingsignal mit den Fadingintervallen  $t_i$  in dem Beobachtungsintervall  $T$  bei Annahme eines normierten Schwellwertes  $R_0$

## Weitere Kenngrößen des Rayleigh-Kanals

Bei dem Entwurf von Übertragungssystemen sind folgende Fragestellungen von Interesse, die mit Bild 2.18 veranschaulicht werden:

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit unterschreitet das Empfangssignal einen vorgegebenen Pegel?
- Mit welcher Rate (Ereignisse pro Zeiteinheit) wird ein vorgegebener Pegel unterschritten (bzw. überschritten)?
- Wie groß ist die mittlere Zeitdauer für die Unterschreitung dieses vorgegebenen Pegels?

Diese Kenngrößen können durch statistische Auswertung von Simulationen gewonnen werden. Für den Rayleigh-Kanal ist es jedoch auch recht einfach, sie analytisch zu ermitteln.

### Pegelunterschreitungswahrscheinlichkeit $P(R \leq R_0)$

Überträgt man ein Signal mit konstanter Amplitude  $A$  über einen Rayleigh-Kanal, dann ergibt sich das unverrauschte Empfangssignal zu (vgl. 2.34)

$$v(t) = Ac(t).$$

Da der Rayleigh-Kanal im statistischen Mittel weder dämpfen noch verstärken soll, beträgt der Effektivwert des Empfangssignals

$$|v|_{\text{eff}} = \sqrt{\text{E}[|v|^2]} = \sqrt{A^2 \text{E}[|c|^2]} = A.$$

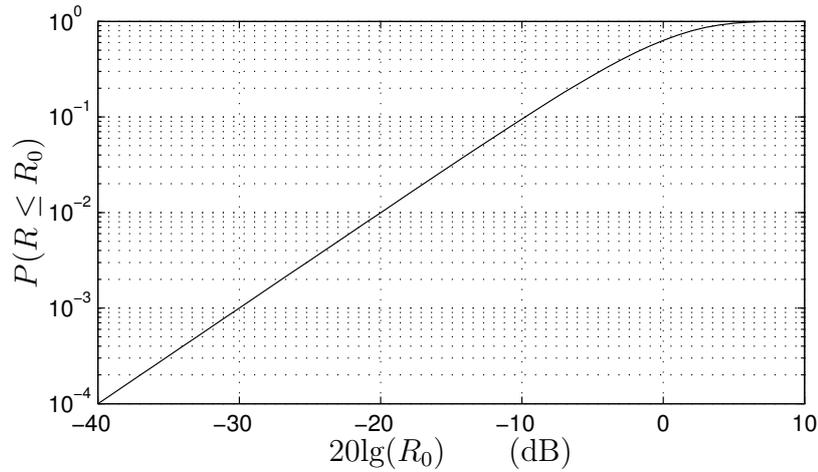


Bild 2.19: Wahrscheinlichkeit für die Unterschreitung eines vorgegebenen Pegels im Rayleigh-Kanal

Für das auf den Effektivwert normierte Empfangssignal gilt

$$R(t) = \frac{|v(t)|}{|v|_{\text{eff}}} = |c(t)|$$

mit der Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung (vgl. 2.42)

$$p_R(R) = 2R \exp(-R^2), \quad R \geq 0.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein normierter Amplitudenwert  $R_0 = |v|_0/|v|_{\text{eff}}$  unterschritten wird (Bild 2.18) berechnet sich dann mit

$$P(R \leq R_0) = \int_0^{R_0} p_R(R) dR = 2 \int_0^{R_0} R e^{-R^2} dR = 1 - e^{-R_0^2}. \quad (2.56)$$

In Bild 2.19 ist diese Wahrscheinlichkeit als Funktion von  $R_0$  dargestellt. Kennt man für ein Übertragungssystem den Schwellwert  $R_0$ , bis zu dem das System die geforderte Übertragungsqualität einhält, dann kann aus diesem Diagramm seine Ausfallwahrscheinlichkeit (*outage probability*) abgelesen werden.

### Pegelüberschreitungsrates $n(R_0)$

Die Pegelüberschreitungsrates (LCR, *level crossing rate*)  $n(R_0)$  gibt die durchschnittliche Anzahl der Überschreitungen  $N_{R_0}$  eines vorgegebenen Schwellwertes  $R_0$  in positiver Richtung (positiver Anstieg) pro Zeiteinheit an. Bezeichnet  $N_{R_0}$

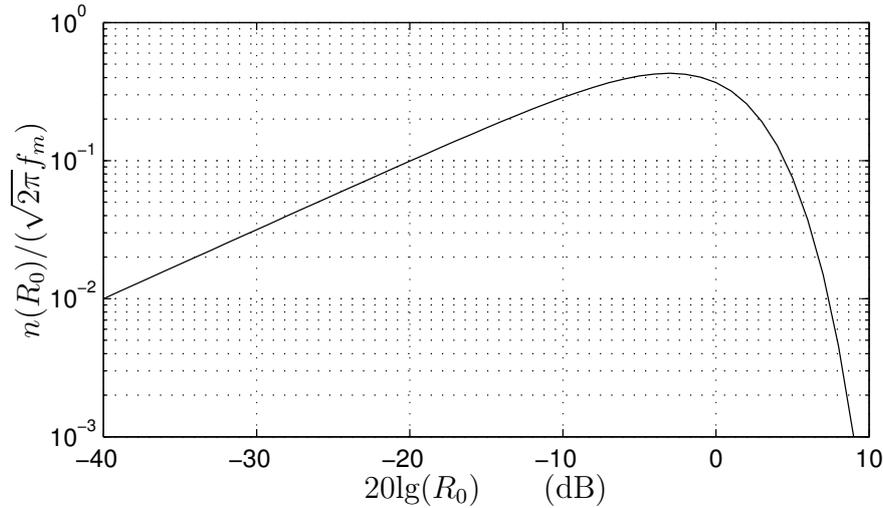


Bild 2.20: Pegelüberschreitungsrates (LCR) eines Rayleigh-Fading-Signals

die Anzahl der Pegelüberschreitungen in dem Zeitintervall  $T$  (vgl. Bild 2.18), dann gilt

$$n(R_0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{N_{R_0}}{T}. \quad (2.57)$$

Diese Pegelüberschreitungsrates berechnet sich mit [6] (Kapitel 1.3, Power spectrum and other properties of the signal envelope)

$$n(R_0) = \int_0^{\infty} \dot{R} p(R_0, \dot{R}) d\dot{R}. \quad (2.58)$$

Für die benötigte Verbundwahrscheinlichkeitsdichte  $p(R, \dot{R})$  gilt im Rayleigh-Kanal

$$p(R, \dot{R}) = \underbrace{p(R)}_{\text{Rayleigh}} \underbrace{p(\dot{R})}_{\text{Gauss}} = 2R e^{-R^2} \mathcal{N}(0, (\pi f_m)^2). \quad (2.59)$$

Das heißt, im Rayleigh-Kanal sind der Betrag  $R$  und die Änderungsgeschwindigkeit des Betrages  $\dot{R} = dR/dt$  unabhängig voneinander, und die Verbundwahrscheinlichkeitsdichte berechnet sich aus dem Produkt der Rayleigh-Verteilung nach (2.42) und der Gauß-Verteilung mit dem Mittelwert Null und der Varianz

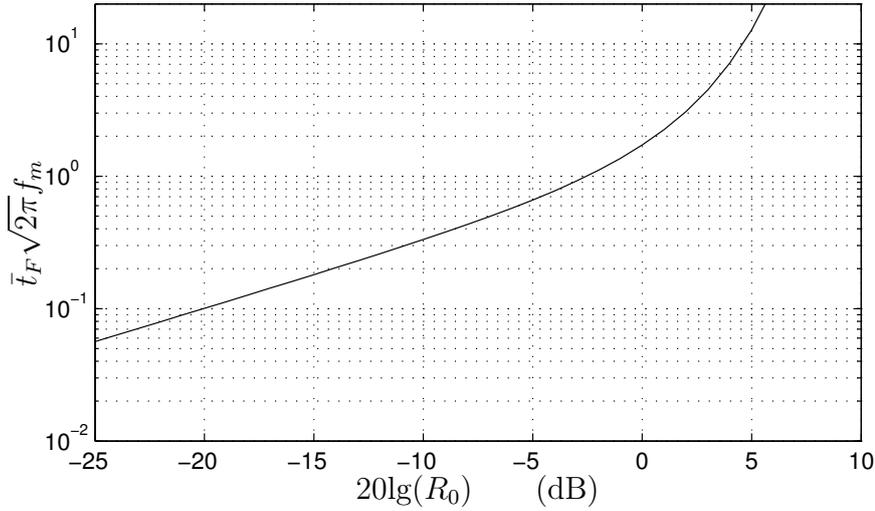


Bild 2.21: Mittlere Dauer von Rayleigh-Fadingeinbrüchen

$\sigma_{\dot{R}}^2 = (\pi f_m)^2$ . (2.59) in (2.58) eingesetzt ergibt

$$\begin{aligned}
 n(R_0) &= p(R_0) \int_0^{\infty} \dot{R} p(\dot{R}) d\dot{R} \\
 &= 2R_0 \exp(-R_0^2) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \pi f_m} \underbrace{\int_0^{\infty} \dot{R} \exp\left(-\frac{\dot{R}^2}{2(\pi f_m)^2}\right) d\dot{R}}_{(\pi f_m)^2} \\
 &= \sqrt{2\pi} f_m R_0 \exp(-R_0^2).
 \end{aligned} \tag{2.60}$$

In Bild 2.20 ist die normierte Pegelüberschreitungsrate

$$\frac{n(R_0)}{\sqrt{2\pi} f_m} = R_0 \exp(-R_0^2) \tag{2.61}$$

dargestellt.

### Mittlere Fadingdauer $\bar{t}_F$

Beobachtet man  $N_{R_0}$  Fadingeinbrüche unterhalb des normierten Schwellwertes  $R_0$  in dem Zeitintervall  $T$ , und bezeichnet  $t_i$  die  $i$ -te Fadingdauer in diesem Zeitintervall (vgl. Bild 2.18), dann lässt sich die mittlere Fadingdauer  $\bar{t}_F$  definieren mit

$$\bar{t}_F = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{N_{R_0}} \sum_i t_i. \tag{2.62}$$

Die Anzahl der Fadingeinbrüche  $N_{R_0}$  in dem Zeitintervall  $T$  kann durch die LCR ausgedrückt werden

$$N_{R_0} = n(R_0)T. \quad (2.63)$$

Einsetzen von (2.63) in (2.62) liefert

$$\bar{t}_F = \frac{1}{n(R_0)} \lim_{T \rightarrow \infty} \underbrace{\frac{1}{T} \sum_i t_i}_{P(R \leq R_0)} = \frac{1}{n(R_0)} P(R \leq R_0). \quad (2.64)$$

Mit den Ergebnissen (2.56) und (2.60) für  $P(R \leq R_0)$  und  $n(R_0)$  erhält man für die mittlere Fadingdauer  $\bar{t}_F$

$$\bar{t}_F = \frac{1}{\sqrt{2\pi} f_m R_0} (e^{R_0^2} - 1). \quad (2.65)$$

Das Diagramm in Bild 2.21 zeigt die normierte mittlere Fadingdauer

$$\bar{t}_F \sqrt{2\pi} f_m = \frac{1}{R_0} (e^{R_0^2} - 1). \quad (2.66)$$

### Beispiel

Die Handhabung der Diagramme soll an einem Beispiel gezeigt werden. Die maximale Doppler-Frequenz wurde mit Gleichung (2.26) zu  $f_m = 100$  Hz abgeschätzt. Für den Schwellwert  $|v|_0$  wird angenommen, dass er 10 dB unter dem Effektivwert  $|v|_{\text{eff}}$  liege

$$R_0 = 20 \lg \left( \frac{|v|_0}{|v|_{\text{eff}}} \right) = -10.0 \text{ dB}.$$

Aus Bild 2.19 kann damit eine Pegelunterschreitungswahrscheinlichkeit von 10% abgelesen werden

$$P(R \leq R_0) = 0.1.$$

Eine normierte Pegelüberschreitungsrates von etwa  $n(R_0)/(\sqrt{2\pi} f_m) = 0.3$  lässt sich dem Bild 2.20 entnehmen. Durch Entnormierung mit der gegebenen maximalen Doppler-Frequenz erhält man eine Pegelüberschreitungsrates von

$$n(R_0) = 0.3 \sqrt{2\pi} 100 \text{ Hz} = 75.2 \text{ s}^{-1}.$$

Bild 2.21 liefert eine normierte Fadingdauer von  $\bar{t}_F \sqrt{2\pi} f_m = 0.33$ . Die Entnormierung liefert eine mittlere Fadingdauer von

$$\bar{t}_F = 0.33 / (\sqrt{2\pi} 100 \text{ s}^{-1}) = 1.32 \text{ ms}.$$

### 2.3.5 Rice-Kanal

Ist zusätzlich zu den NLOS-Signalkomponenten noch eine LOS-Signalkomponente zu berücksichtigen, dann entsteht aus dem Rayleigh- das Rice-Modell. Das heisst, die Übertragungssituation ist dadurch gekennzeichnet, dass einerseits eine Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger besteht, sich andererseits in der Nähe der Empfangsantenne viele lokale Streuer befinden, wie bei einer Rayleigh-Empfangssituation. Das Leistungsverhältnis dieser beiden Komponenten

$$K = \frac{P_{\text{LOS}}}{P_{\text{NLOS}}} \quad (2.67)$$

wird durch den Rice-Faktor  $K$  beschrieben. Es wird angenommen, dass LOS- und NLOS-Signalkomponente die gleiche Laufzeit  $\tau_0$  besitzen. Das heisst, die Bandbreite des Empfängers ist so schmal, dass die geringen Laufzeitdifferenzen der eintreffenden Signale nicht aufgelöst werden können. Das unverrauschte Empfangssignal berechnet sich dann wie bei dem Rayleigh-Kanalmodell durch Multiplikation des verzögerten Sendesignals mit einem Störprozess  $c(t)$  (vgl. Gleichung (2.32))

$$v(t) = c(t)u(t - \tau_0).$$

Die Bezeichnung Rice-Kanal leitet sich von der Tatsache ab, dass der Betrag des Störprozesses  $c(t)$  eine Rice-Verteilung besitzt. Die Variable  $R = |c| = \sqrt{X^2 + Y^2}$  besitzt eine Rice-Verteilung, da  $X$  und  $Y$  unabhängige Gauß-Variable mit der gemeinsamen Varianz  $\sigma^2$ , aber im Unterschied zur Rayleigh-Verteilung nicht mehr mittelwertfrei sind. Für die Mittelwerte gilt  $m_x = m_y \neq 0$ . Die Rice-Verteilung lautet [5]

$$p_R(R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{R^2 + s^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{Rs}{\sigma^2}\right) \quad (2.68)$$

mit

$$s^2 = m_x^2 + m_y^2. \quad (2.69)$$

$I_0(\cdot)$  bezeichnet die modifizierte Besselfunktion 0-ter Ordnung. Für die Anwendung dieser Dichteverteilung auf einen Rice-Kanal ist es vorteilhaft, die Parameter  $s^2$  und  $\sigma^2$  durch den Rice-Faktor  $K$  zu ersetzen. Unter Beachtung der Zusammenhänge

$$P_{\text{NLOS}} = 2\sigma^2, \quad (2.70)$$

$$P_{\text{LOS}} = m_x^2 + m_y^2 = s^2 = KP_{\text{NLOS}} = K2\sigma^2 \quad (2.71)$$

und

$$P = P_{\text{NLOS}} + P_{\text{LOS}} = P_{\text{NLOS}}(1 + K) = 2\sigma^2(1 + K) = 1 \quad (2.72)$$

folgt

$$2\sigma^2 = \frac{1}{1 + K} \quad (2.73)$$

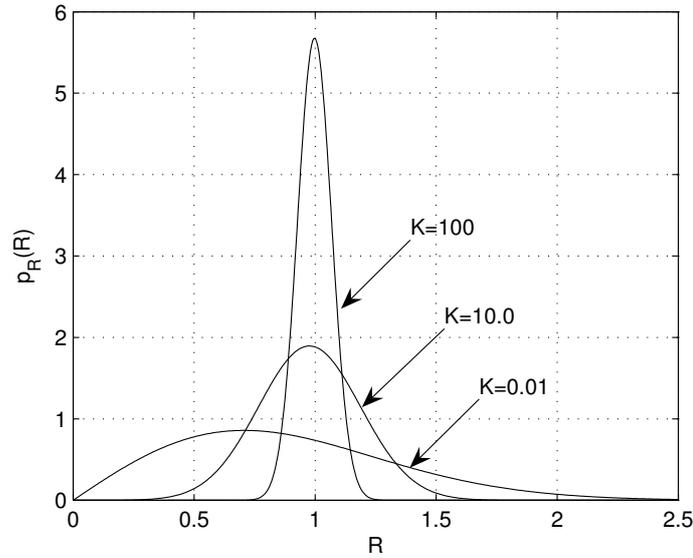


Bild 2.22: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (PDF) der Rice-Verteilung

und

$$s^2 = \frac{K}{1 + K}. \quad (2.74)$$

Damit kann Gleichung (2.68) in folgender Form geschrieben werden

$$p_R(R) = 2(1 + K)R \exp(-R^2(1 + K) - K) I_0\left(2R\sqrt{K(1 + K)}\right). \quad (2.75)$$

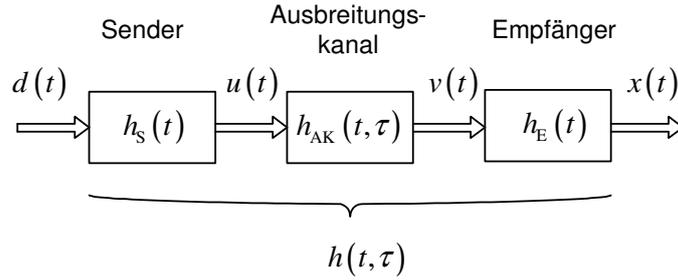
Bild 2.22 zeigt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Rice-Verteilung. Für  $K = 0$  geht die Rice-Verteilung in die Rayleigh-Verteilung über. Für  $K \rightarrow \infty$  gilt  $p_R(R) = \delta(R - 1)$ . Für die Übertragung ist nur noch der direkte Pfad zwischen Sender und Empfänger maßgebend (LOS-Komponente), und man erhält einen stationären Kanal.

Das Leistungsdichtespektrum des Rice-Prozesses besteht aus zwei Anteilen: einer diskreten Spektrallinie bei der Frequenz  $f = f_{\text{LOS}}$  mit der Leistung  $P_{\text{LOS}} = K/(1 + K)$  für die LOS-Komponente und einem skalierten klassischen Doppler-Spektrum mit der Leistung  $P_{\text{NLOS}} = 1/(1 + K)$  für die NLOS-Komponente

$$\Phi_{cc}(f_d) = \frac{1}{(1 + K)\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} + \frac{K}{1 + K} \delta(f_d - f_{\text{LOS}}), \quad |f_d| \leq f_m. \quad (2.76)$$

Die AKF des Störprozesses  $c(t)$  berechnet sich durch Fourier-Rücktransformation von (2.76) zu

$$\phi_{cc}(\Delta t) = \frac{1}{1 + K} J_0(2\pi f_m \Delta t) + \frac{K}{1 + K} \exp(j 2\pi f_{\text{LOS}} \Delta t). \quad (2.77)$$

Bild 2.23: Zeitvariante Impulsantwort  $h(t, \tau)$  des Mobilfunkkanals

Der Betrag der komplexen AKF wird beschrieben mit

$$|\phi_{cc}(\Delta t)| = \frac{1}{1+K} \sqrt{K^2 + J_0^2(2\pi f_m \Delta t) + 2K J_0(2\pi f_m \Delta t) \cos(2\pi f_{\text{LOS}} \Delta t)}. \quad (2.78)$$

Für  $K = 0$  folgen aus (2.75), (2.76) und (2.77) die entsprechenden Gleichungen für PDF, PDS und AKF des Rayleigh-Störprozesses.

### 2.3.6 Modellierung des Mobilfunkkanals als FIR-Filter

Ein lineares, zeitinvariantes System (LTI-System) lässt sich durch seine Impulsantwort  $h(t)$  beschreiben. Die Ausgangsfunktion berechnet sich mit der Faltung von Eingangsfunktion und Impulsantwort. Für eine Übertragung im Basisband gilt

$$x(t) = h(t) * d(t) = \int_0^\infty h(\tau) d(t - \tau) d\tau, \quad (2.79)$$

wobei  $d(t)$  das Eingangssignal,  $x(t)$  das Ausgangssignal und  $h(t)$  die Impulsantwort des äquivalenten Basisband-Übertragungssystems bezeichnen. Für die Beschreibung eines linearen, zeitvarianten Systems benutzt man eine Impulsantwort  $h(t, \tau)$ , die von zwei Zeitvariablen abhängt, von der absoluten Zeit  $t$  und der Verzögerungszeit  $\tau$ . Mit diesen beiden Variablen kann sowohl ihre zeitliche Veränderung infolge des Doppler-Effektes charakterisiert werden als auch die zeitliche Dispersion infolge der Mehrwegeausbreitung. Die Funktion  $h(t, \tau)$  beschreibt die Reaktion des Systems zum Zeitpunkt  $t$  auf einen Dirac-Impuls zum Zeitpunkt  $t - \tau$ . Die Funktionswerte der Impulsantwort auf einen Dirac-Impuls zum Zeitpunkt  $t_0$  müssen daher alle auf einer Diagonalen in dem  $t, \tau$ -Koordinatensystem liegen, für die  $t - \tau = t_0$  gilt. Für die Analyse eines Mobilfunksystems sollen die Bezeichnungen nach Bild 2.23 verwendet werden. Die Impulsantwort des Modulationskanals  $h(t, \tau)$  ergibt sich aus der Faltung der Impulsantwort des zeitvarianten Ausbreitungskanals mit den zeitinvarianten Impulsantworten von Sender (Sendefilter, Sendeantenne etc.) und Empfänger (Empfangsantennen, Empfangsfilter

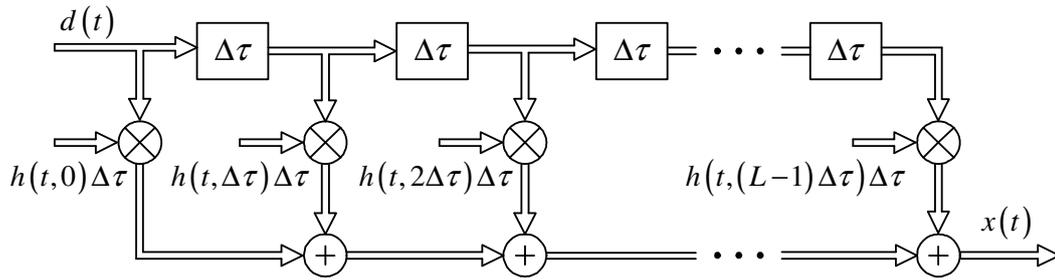


Bild 2.24: Darstellung der Impulsantwort  $h(t, \tau)$  eines zeitvarianten Kanals als FIR-Filter

etc.)

$$h(t, \tau) = h_S(t) * h_{AK}(t, \tau) * h_E(t). \quad (2.80)$$

Die Ausgangsfunktion des linearen, zeitvarianten Systems berechnet sich mit

$$x(t) = h(t, \tau) * d(t) = \int_0^\infty h(t, \tau) d(t - \tau) d\tau. \quad (2.81)$$

Der Unterschied bei der Berechnung des Ausgangswertes  $x(t)$  nach (2.79) und (2.81) besteht offensichtlich darin, dass in einem zeitvarianten System die Wichtung der gespiegelten und verzögerten Funktion  $d(t - \tau)$  mit Funktionswerten  $h(t, \tau)$  erfolgt, die alle zu unterschiedlichen Impulsantworten gehören. Damit wird der zeitlichen Veränderung des Kanals während der Übertragung Rechnung getragen. Ersetzt man das Faltungsintegral (2.81) durch eine Faltungssumme

$$x(t) = \sum_{l=0}^{L-1} h(t, l\Delta\tau) d(t - l\Delta\tau) \Delta\tau, \quad (2.82)$$

dann folgt daraus die FIR-Filter-Darstellung (*finite impulse response*) nach Bild 2.24 für den zeitvarianten Übertragungskanal. Da das Filter ein zeitvariantes System beschreibt, sind die Filterkoeffizienten  $h(t, l\Delta\tau)\Delta\tau$  Funktionen der Zeit  $t$ . Eine ausführliche mathematische Analyse zeitvarianter, linearer Systeme findet man in [7]. Dort wird die Funktion  $h(t, \tau)$  als *input delay spread function* bezeichnet. Der Grund für diese Bezeichnung wird mit Bild 2.24 deutlich. Das Eingangssignal des Filters gelangt zunächst auf eine angezapfte Verzögerungsleitung (*tapped delay line*), die eine zeitliche Spreizung des Signals bewirkt. Danach wird das zeitlich gespreizte Signal mit zeitvarianten Filterkoeffizienten gewichtet und summiert. Für die Funktion  $h(t, \tau)$  soll hier die Bezeichnung zeitvariante Impulsantwort verwendet werden. Dabei ist anzumerken, dass die Impulsantwort des zeitvarianten Systems auf einen Dirac-Impuls zur Zeit  $t = t_0$  mit  $h(t_0 + \tau, \tau)$  gegeben ist. Nachfolgend soll die Berechnung der Ausgangsfunktion mit Hilfe der

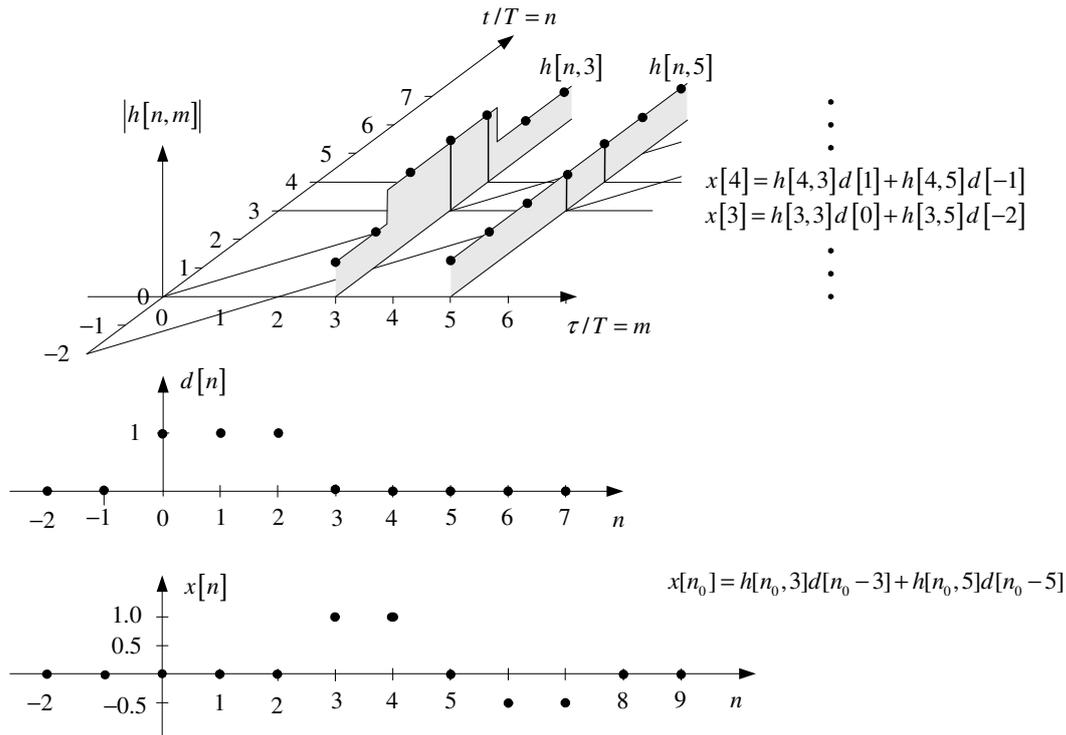


Bild 2.25: Berechnung des Ausgangssignals  $x(n)$  mit Hilfe der zeitvarianten Impulsantwort  $h(n, m)$

zeitvarianten Impulsantwort an Hand eines einfachen Beispiels gezeigt werden. Alle Zeitfunktionen werden zeitdiskret angenommen. Aus (2.82) folgt dann mit

$$h(n\Delta t, m\Delta\tau)\Delta\tau = h[n, m] \tag{2.83}$$

die Beziehung

$$x[n] = \sum_m h[n, m]d[n - m].$$

Bild 2.25 veranschaulicht die Berechnung der Ausgangsfunktion Die Impulsantwort ist charakterisiert durch zwei Ausbreitungspfade mit den normierten Verzögerungen  $\tau_1/T = 3$  und  $\tau_2/T = 5$ . Für die beiden Ausbreitungspfade gelte

$$h[n, 3] = \begin{cases} 1 & n = 2, 3, 4 \\ 0.5 & \text{sonst} \end{cases},$$

$$h[n, 5] = 0.5 \exp(j\pi) = -0.5.$$

Mit dem Eingangssignal

$$d[n] = [\dots d_{-1} d_0 d_1 d_2 d_3 \dots] = [\dots 0 1 1 1 0 \dots]$$

berechnet sich die Ausgangsfunktion zu

$$x[n] = [\cdots x_0 x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6 x_7 x_8 \cdots] = [\cdots 000110 - 0.5 - 0.50 \cdots].$$

Man erkennt, dass einerseits die Form des Sendeimpulses verändert wurde, und dass sich andererseits die Impulsdauer infolge der Mehrwegeausbreitung ausgedehnt hat. Der Übertragungskanal verursacht lineare Verzerrungen des Eingangssignals, die bei einer digitalen Signalübertragung zu Intersymbolinterferenz (ISI) führen. Die in der Abbildung eingezeichneten beiden diagonalen Linien markieren die Spur für die Impulsantwort des Kanals auf einen Dirac-Impuls zum Zeitpunkt  $n = -2$  und  $n = 0$ . Der Funktionswert  $x[3]$  des Ausgangssignals berechnet sich, wie der Abbildung zu entnehmen ist, mit den Werten  $h[3, 3]$  und  $h[3, 5]$  dieser beiden Impulsantworten.

Nachfolgend soll die Impulsantwort  $h_{\text{AK}}(t, \tau)$  des Ausbreitungskanals näher betrachtet werden. Es wird dabei angenommen, dass dieser Kanal keiner Bandbegrenzung unterliegt. Zur Modellierung von NLOS-Übertragungssituationen wird häufig das Rayleigh-Kanalmodell verwendet (vgl. Kapitel 2.3.4). In dem Rayleigh-Kanal wird allen Empfangssignalen die gleiche Laufzeit  $\tau_0$  zugeordnet. Es ergibt sich damit folgende Impulsantwort

$$h_{\text{AK}}(t, \tau) = c(t)\delta(\tau - \tau_0), \quad (2.84)$$

wobei  $c(t)$  den komplexen Rayleigh-Störprozess bezeichnet. Das Empfangssignal  $v(t)$  am Ausgang des Ausbreitungskanals berechnet sich zu

$$v(t) = c(t) \int_0^\infty \delta(\tau - \tau_0) u(t - \tau) d\tau = c(t)u(t - \tau_0), \quad (2.85)$$

und man erhält das Kanalmodell nach Bild 2.13. Für die Simulation von Mobilfunkkanälen benutzt man häufig Kanalmodelle, die sich aus vielen Rayleigh-Störprozessen mit unterschiedlichen Laufzeiten zusammensetzen. Die Impulsantwort lautet dann

$$h_{\text{AK}}(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} c_l(t)\delta(\tau - \tau_l), \quad (2.86)$$

wobei

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{\Delta t} \sum_{l=0}^{L-1} \int_0^{\Delta t} |c_l(t)|^2 dt \right) = \sum_{l=0}^{L-1} E[|c_l|^2] = 1.0 \quad (2.87)$$

gelten muss, damit der Übertragungskanal im zeitlichen Mittel weder eine Verstärkung noch eine Dämpfung bewirkt. Ein Beispiel für ein solches Kanalmodell zeigt Tabelle 2.1. Es ist ein Modell zur Simulation von WCDMA Mobilfunkkanälen nach dem 3GPP-Standard [8]. In diesem Modell werden sechs Pfade (*taps*)

Tabelle 2.1: ITU B Vehicular Channel

TAP	Relative Delay [ns]	Average Power [dB]	Doppler Spectrum
0	0	-2.5	classic
1	300	0	classic
2	8900	-12.8	classic
3	12900	-10.0	classic
4	17100	-25.2	classic
5	20000	-16.0	classic

definiert. Für jeden Pfad wird die Verzögerungszeit (*relative delay*), die normierte Leistung (*average power*)  $10\lg(\mathbb{E}\{|c_l|^2\}/\mathbb{E}\{|c_{l_0}|^2\})$ ,  $l = 0, \dots, L - 1$  und die Form des Doppler-Spektrums angegeben. Die Leistungsnormierung erfolgt dabei auf die Leistung  $\mathbb{E}\{|c_{l_0}|^2\}$  des Pfades mit der größten mittleren Leistung. Solche Kanalmodelle werden als *L-Tap Rayleigh-Modelle* bezeichnet. Sie ermöglichen die Nachbildung von Mehrwegeausbreitungsprofilen für typische Ausbreitungsszenarien. Die Eigenschaften dieser Kanalmodelle werden nachfolgend genauer untersucht. Ihr Vorteil besteht darin, dass die einzelnen Störprozesse stationär in  $t$  und unkorreliert in  $\tau$  sind. Man bezeichnet sie daher als WSSUS-Kanalmodelle (*wide sense stationary uncorrelated scatterers*). Diese Eigenschaft der Kanalmodelle erleichtert die mathematische Analyse. Für die Impulsantwort eines allgemeinen Mobilfunkkanals, der die WSSUS-Eigenschaft nicht erfüllt, gilt

$$h_{\text{AK}}(t, \tau) = \sum_{l=0}^{L-1} c_l(t) \delta(\tau - \tau_l(t)). \quad (2.88)$$

In diesem Modell sind auch die Laufzeiten  $\tau_l(t)$  zeitlich veränderlich. Für eine schnelle Datenübertragung erfolgen diese Laufzeitänderungen jedoch meist so langsam, dass sie innerhalb der Übertragungszeit von vielen Symbolen als konstant angesehen werden können. Eine Modellierung dieser Laufzeitänderungen ist daher meist nicht erforderlich.

### 2.3.7 Bello-Funktionen

#### Bello-Systemfunktionen

Der zeitvariante Mobilfunkkanal kann, wie in Kapitel 2.3.6 erläutert, durch eine zeitvariante Impulsantwort  $h(t, \tau)$  beschrieben werden. Da diese Impulsantwort eine Funktion zweier Zeitvariablen ist, lassen sich durch Fourier-Transformation über  $t$  und  $\tau$  drei weitere Funktionen ableiten, die ebenfalls für die Beschreibung des Mobilfunkkanals geeignet sind. Dabei ist zu beachten, dass durch die Fourier-Transformation über die Verzögerungszeit  $\tau$  die Abhängigkeit von der

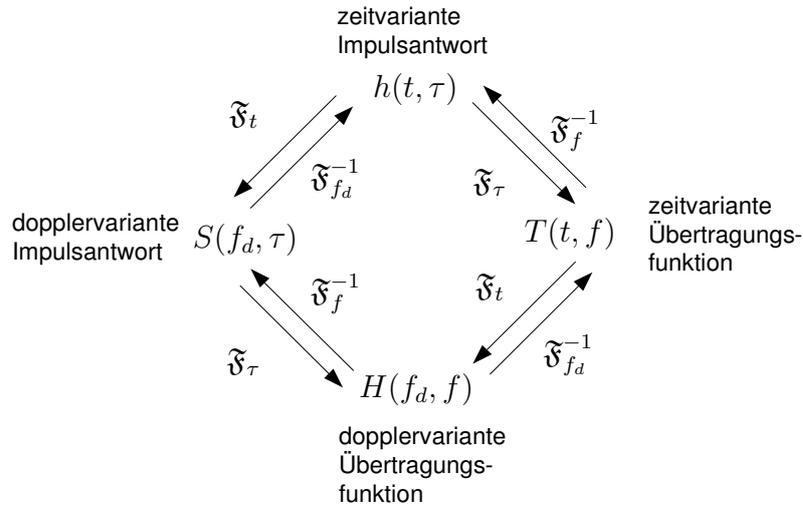


Bild 2.26: Systemfunktionen von Bello

Frequenz  $f$  beschrieben wird und durch die Fourier-Transformation über die Zeit  $t$  die Abhängigkeit von der Doppler-Frequenz  $f_d$ . Die Impulsantwort  $h(t, \tau)$  und die davon abgeleiteten Funktionen werden als Bello-Systemfunktionen oder kürzer als Bello-Funktionen bezeichnet. Auch die Bezeichnung Bello-Übertragungsfunktionen (*Bello transmission functions*) [9] ist gebräuchlich. Sie tragen den Namen von P. A. Bello, der diese Funktionen vorschlug und analysierte [7]. In Bild 2.26 sind diese Bello-Funktionen aufgeführt, und ihr Zusammenhang über die Fourier-Transformation dargestellt. Die hier betrachteten Bello-Funktionen repräsentieren den ersten Satz der Bello-Funktionen. In [7] wird noch ein zweiter Satz von Systemfunktionen betrachtet. Dieser zweite Satz von Bello-Funktionen lässt sich aus einer FIR-Filterdarstellung für die zeitvariante Impulsantwort ableiten (vgl. Bild 2.24), wenn die Verzögerungselemente nicht am Eingang sondern am Ausgang der Schaltung platziert werden. Diese Funktion wird in [7] als *output delay-spread function* bezeichnet. Die Fourier-Transformationen über die Zeit- und die Verzögerungsvariable dieser Schwesterfunktion liefern den zweiten Satz der Bello-Funktionen. Nachfolgend wird nur der erste Satz der Bello-Funktionen betrachtet, auf die in der Fachliteratur meist Bezug genommen wird [1].

Als Beispiel für die Bello-Systemfunktionen dient ein 2-Tap-Rayleigh-Modell

$$h(t, \tau) = \sum_{i=1}^2 c_i(t) \delta(\tau - \tau_i). \quad (2.89)$$

Die Eigenschaften der beiden Rayleigh-Prozesse sind in Tabelle 2.2 spezifiziert. Die normierte, relative Verzögerung beträgt  $\Delta\tau/T_1 = 30$ , die mittlere Leistungsdifferenz der beiden Rayleigh-Prozesse  $-10.0$  dB. Beide Prozesse besitzen das

Tabelle 2.2: 2-Tap Rayleigh-Kanal

TAP	Relative Delay $\Delta\tau/T_1$	Average Power [dB]	Doppler Spectrum
1	0	0	classic
2	30	-10	classic

klassische Doppler-Spektrum nach (2.55). Für dieses Beispiel wird eine normierte maximale Doppler-Frequenz von  $f_m T_2 = 1/32$  angenommen. Die Bilder 2.27 bis 2.30 zeigen die diskreten Bello-Systemfunktionen  $h[n, m]$ ,  $T[n, k]$ ,  $S[l, m]$  und  $H[l, k]$ , die durch Computer-Simulation gewonnen wurden. Zwischen den kontinuierlichen und diskreten Bello-Systemfunktionen gilt folgender Zusammenhang

$$h[n, m] = T_1 h(nT_2, mT_1), \quad n = 0, \dots, N-1, \quad m = 0, \dots, M-1, \quad (2.90)$$

$$T[n, k] \approx T(nT_2, \frac{k}{MT_1}), \quad n = 0, \dots, N-1, \quad k = 0, \dots, M-1, \quad (2.91)$$

$$S[l, m] \approx \frac{T_1}{T_2} S(\frac{l}{NT_2}, mT_1), \quad l = 0, \dots, N-1, \quad m = 0, \dots, M-1, \quad (2.92)$$

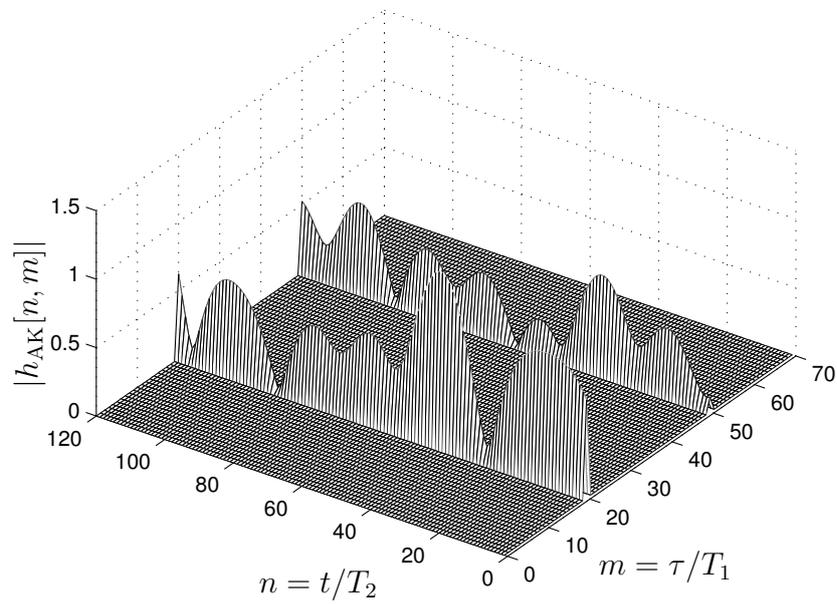
$$H[l, k] \approx \frac{1}{T_2} H(\frac{l}{NT_2}, \frac{k}{MT_1}), \quad l = 0, \dots, N-1, \quad k = 0, \dots, M-1, \quad (2.93)$$

wie im Anhang A.1 gezeigt wird.

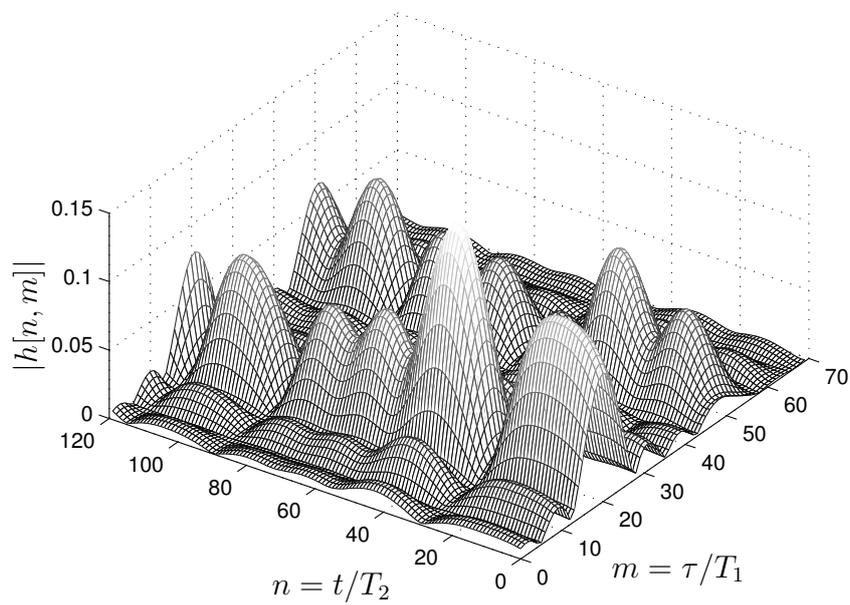
Die erste Bello-Systemfunktion ist die zeitvariante Impulsantwort (*input delay-spread function*)  $h(t, \tau)$ . Sie charakterisiert den Mobilfunkkanal im  $(t, \tau)$ -Bereich. Für die zeitdiskrete Impulsantwort des Beispiels gilt

$$h[n, m] = c_1(nT_2) + c_2(nT_2)\delta[m - 30]. \quad (2.94)$$

Bild 2.27 zeigt einen zeitlichen Ausschnitt für den Betrag der simulierten Impulsantworten  $h_{AK}[n, m]$  und  $h[n, m]$ . Die Impulsantwort  $h_{AK}[n, m]$  charakterisiert das Übertragungsverhalten des Ausbreitungskanals zwischen Sendee- und Empfangsantenne (vgl. Bild 2.1 und Bild 2.23) für den keinerlei Bandbegrenzung angenommen wurde. Die Impulsantwort  $h[n, m]$  charakterisiert den Modulationskanal und berücksichtigt die Bandbegrenzung infolge des Sendee- und Empfangsfilters. Für die Übertragungsfunktion dieser beiden hintereinander geschalteten Filter wurde eine RC-Charakteristik (*raised cosine*) vorausgesetzt, mit einer normierten Nyquistbandbreite von  $B_N T_1 = 1/16$  und einem Roll-Off-Faktor von  $\alpha = 0.22$  (vgl. Sendee- und Empfangsfiler nach dem 3GPP-Standard). Man erkennt in den beiden Diagrammen die beiden Ausbreitungspfade mit der angegebenen zeitlichen Differenz von  $\Delta n = \Delta\tau/T_1 = 30$ . Die Einschwingzeit des bandbegrenzten Übertragungssystems lässt sich mit  $\tau_{ein}/T_1 \approx 1/(2B_N T_1) = 8$  abschätzen. Das heißt, die Einschwingzeit ist bedeutend kleiner als die zeitliche Differenz der beiden



(a)



(b)

Bild 2.27: Betrag der zeitvarianten Impulsantwort: (a) Ausbreitungskanal, (b) Modulationskanal

Signalpfade. Die beiden verzögerten Pfade können daher auch in dem bandbegrenzten Kanal gut aufgelöst werden. Die mittlere Leistung des zweiten Pfades ist gegenüber dem ersten Pfad um  $-10.0$  dB gedämpft, was einem Amplitudenverhältnis von  $3.16 : 1$  entspricht. Verfolgt man die Impulsantwort längs der normierten Zeitachse  $n = t/T_2$ , dann bemerkt man die Zeitabhängigkeit der Rayleigh-Prozesse, die in Kapitel 2.3.4 untersucht wurden. Die Änderungsgeschwindigkeit der Prozesse ist durch die maximale Doppler-Frequenz  $f_m T_2$  bestimmt. Eine Abschätzung der zeitlichen Abstände der Betragseinbrüche ist mit (2.31) möglich, wenn man  $\Delta f_d \approx 2f_m$  setzt. Man erhält mit dieser Abschätzung

$$\Delta n = \Delta t/T_2 \approx 1/(2f_m T_2) = 16$$

und wird durch die Simulation bestätigt.

Die Fourier-Transformation der zeitvarianten Impulsantwort  $h(t, \tau)$  über  $\tau$  liefert die zeitvariante Übertragungsfunktion (*time-variant transfer function*)  $T(t, f)$ . Die zeitvariante Übertragungsfunktion ist die zweite Bello-Systemfunktion und charakterisiert den Mobilfunkkanal im  $(t, f)$ -Bereich.

$$T(t, f) = \mathfrak{F}_\tau \{h(t, \tau)\} = \int_0^\infty h(t, \tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau. \quad (2.95)$$

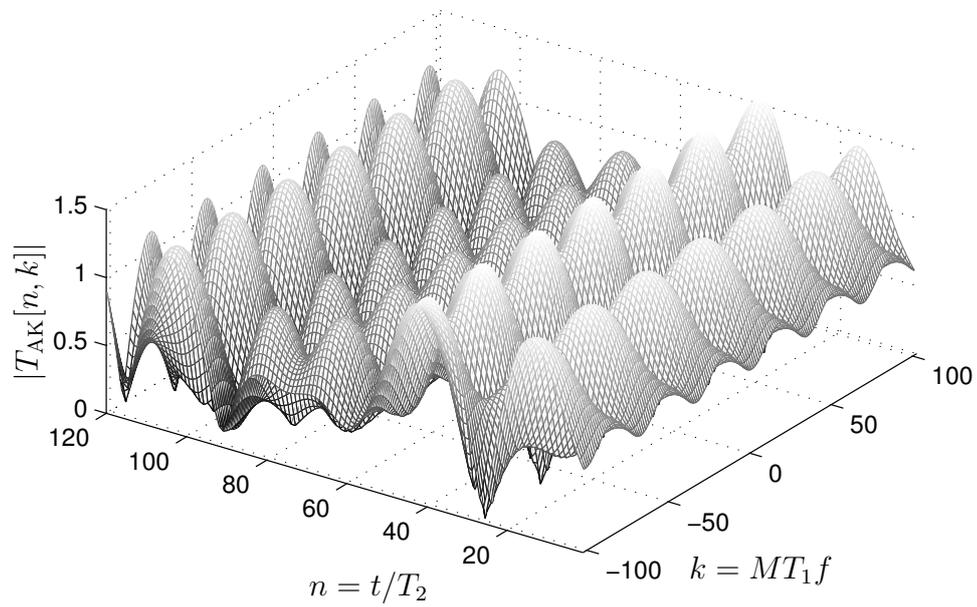
Die entsprechende diskrete Übertragungsfunktion  $T[n, k]$ , berechnet sich mit der diskreten Fouriertransformation (DFT)

$$T[n, k] = \text{DFT}_m \{h[n, m]\} = \sum_{m=0}^{M-1} h[n, m] \exp(-j2\pi \frac{km}{M}). \quad (2.96)$$

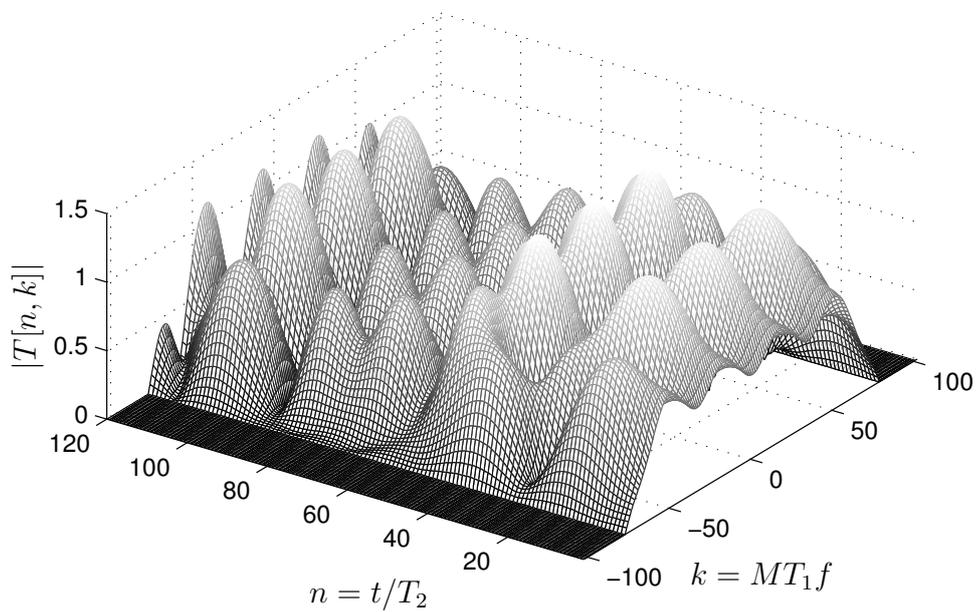
In Bild 2.28 ist der Betrag der Übertragungsfunktionen  $T_{\text{AK}}[n, k]$  und  $T[n, k]$  für den gegebenen Mobilfunkkanal dargestellt. Die Übertragungsfunktion eines idealen, verzerrungsfreien Übertragungskanal ist frequenz- und zeitinvariant. Im Gegensatz dazu zeigt der Mobilfunkkanal Betragseinbrüche sowohl als Funktion der Frequenz als auch der Zeit, die als Frequenz- bzw. Zeitfading bezeichnet werden. Ursache des Frequenzfadings ist die Mehrwegeausbreitung. In Kapitel 2.3.2 wurde eine Beziehung für den Abstand der Betragseinbrüche für einen Zweivegekanal abgeleitet (2.19). Diese Gleichung ist hier anwendbar, da der vorgegebene Kanal zwei Signalpfade aufweist. Für die DFT nach (2.96) wurde  $M = 1024$  gewählt. Mit (2.19) ergibt sich dann ein normierter Frequenzabstand von

$$\Delta k = \frac{MT_1}{\Delta \tau} = \frac{1024}{30} = 34.13,$$

der durch die Simulation bestätigt wird. Während die Übertragungsfunktion  $T_{\text{AK}}[n, k]$  eine unendliche spektrale Ausdehnung besitzt, ist die Übertragungsfunktion  $T[n, k]$  durch die RC-Filtercharakteristik bandbegrenzt. Die normierte



(a)



(b)

Bild 2.28: Betrag der zeitvarianten Übertragungsfunktion: (a) Ausbreitungskanal, (b) Modulationskanal

Grenzfrequenz des Spektrums berechnet sich zu

$$k_g = MT_1 f_g = M(1 + \alpha) B_N T_1 = \frac{1024 * 1.22}{16} = 78.08.$$

Mit Hilfe der zeitvarianten Übertragungsfunktion  $T(t, f)$  lässt sich das Empfangssignal am Ausgang des Empfangsfilters berechnen

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} D(f) T(t, f) e^{j2\pi ft} df, \quad (2.97)$$

wobei  $D(f) = \mathfrak{F}\{d(t)\}$  das Amplitudendichtespektrum des Signals  $d(t)$  am Sendereingang bezeichnet (Bild 2.23).

Die Fourier-Transformation der zeitvarianten Impulsantwort  $h(t, \tau)$  über  $t$  liefert die dopplervariante Impulsantwort (*delay Doppler-spread function*)  $S(f_d, \tau)$

$$S(f_d, \tau) = \mathfrak{F}_t\{h(t, \tau)\} = \int_0^{\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi f_d t} dt. \quad (2.98)$$

Die dopplervariante Impulsantwort ist die dritte Bello-Systemfunktion und beschreibt den Mobilfunkkanal im  $(f_d, \tau)$ -Bereich. Diese Funktion veranschaulicht die zeitliche und spektrale Spreizung des Sendesignals. Die diskrete, dopplervariante Impulsantwort berechnet sich mit

$$S[l, m] = \text{DFT}_n\{h[n, m]\} = \sum_{n=0}^{N-1} h[n, m] \exp(-j2\pi \frac{ln}{N}). \quad (2.99)$$

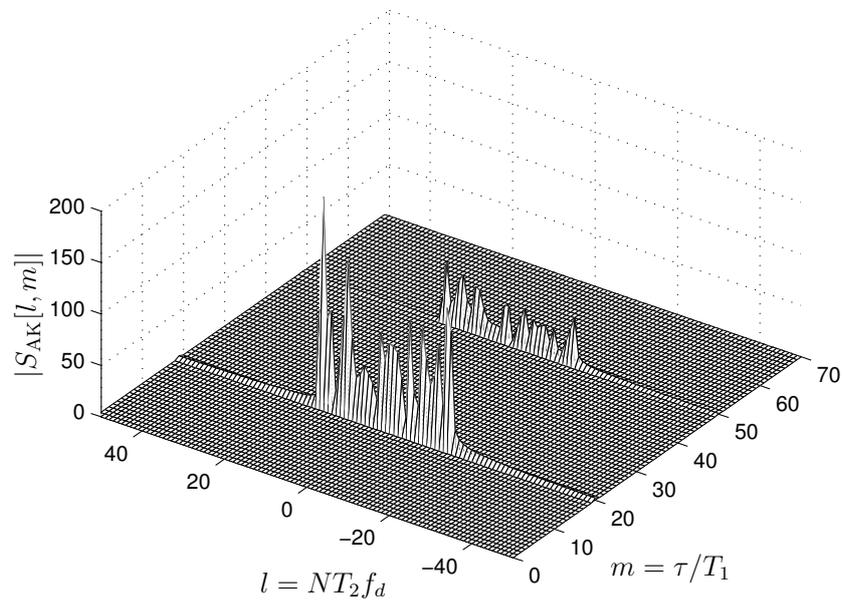
und ist in Bild 2.29 dargestellt. Die zeitliche Spreizung des Signals ist charakterisiert durch die beiden Signalpfade mit einem Abstand von  $\Delta n = \Delta\tau/T_1 = 30$ . Für den Modulationskanal erkennt man die durch die Bandbegrenzung verursachten Einschwingvorgänge mit einer Einschwingzeit von  $\tau_{ein}/T_1 \approx 1/(2B_N T_1) = 8$ . Für die maximale Doppler-Frequenz wurde  $f_m T_2 = 1/32$  angenommen. Unter Beachtung von  $N = 512$  für die DFT nach (2.99) berechnet sich der normierte Doppler-Frequenzbereich für die diskrete, dopplervariante Impulsantwort zu

$$|\Delta l| \leq NT_2 f_m = \frac{512}{32} = 16$$

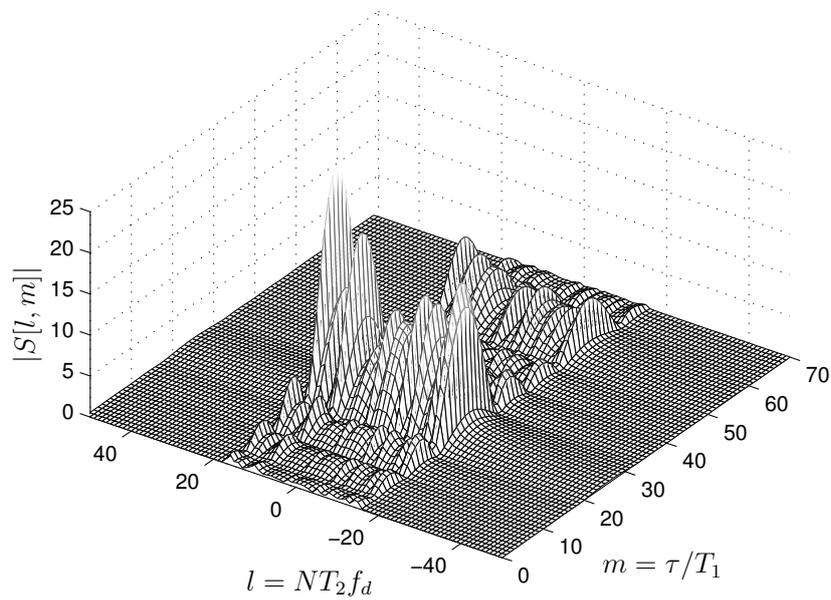
und wird durch Bild 2.29 bestätigt.

Die vierte Bello-Systemfunktion ist die dopplervariante Übertragungsfunktion (*output Doppler-spread function*)  $H(f_d, f)$ . Sie berechnet sich entweder durch Fourier-Transformation der dopplervarianten Impulsantwort  $S(f_d, \tau)$  über  $\tau$  oder der zeitvarianten Übertragungsfunktion  $T(t, f)$  über  $t$

$$H(f_d, f) = \begin{cases} \mathfrak{F}_\tau\{S(f_d, \tau)\} \\ \mathfrak{F}_t\{T(t, f)\} \end{cases}, \quad (2.100)$$



(a)



(b)

Bild 2.29: Betrag der dopplervarianten Übertragungsfunktion: (a) Ausbreitungskanal, (b) Modulationskanal

und charakterisiert den Mobilfunkkanal im  $(f_d, f)$ -Bereich. Die diskrete, dopplervariante Übertragungsfunktion erhält man mit

$$H[l, k] = \begin{cases} \text{DFT}_m\{S[l, m]\} \\ \text{DFT}_n\{T[n, k]\} \end{cases}, \quad (2.101)$$

Bild 2.30 zeigt die dopplervarianten Übertragungsfunktionen  $H_{AK}[l, k]$  und  $H[l, k]$  für das gegebene Beispiel. Die dopplervariante Übertragungsfunktion vermittelt einen Zusammenhang zwischen den Signalspektren am Ein- und Ausgang des Kanals. Es gilt, wie im Anhang A.4 gezeigt wird,

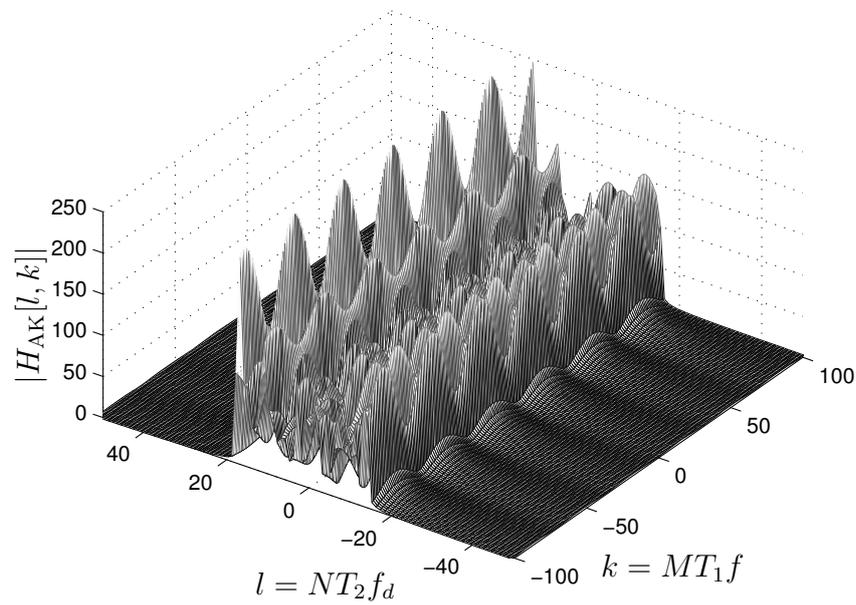
$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} D(f - f_d) H(f_d, f - f_d) df_d. \quad (2.102)$$

Hierbei bezeichnen  $D(f) = \mathfrak{F}\{d(t)\}$  und  $X(f) = \mathfrak{F}\{x(t)\}$  die Amplitudendichtespektren der Signale am Ein- und Ausgang des zeitvarianten Kanals. Gleichung (2.102) beschreibt die Tatsache, dass das Ausgangsspektrum  $X(f)$  durch eine Überlagerung von frequenzverschobenen Eingangsspektren  $D(f - f_d)$  entsteht, die mit den Werten  $H(f_d, f - f_d)$  der dopplervarianten Übertragungsfunktion gewichtet werden. Ersetzt man in (2.102) das Faltungsintegral durch eine Faltungssumme, dann kann die FIR-Filter-Darstellung nach Bild 2.31 für die Berechnung des Ausgangsspektrums  $X(f)$  gegeben werden. Im Unterschied zu der FIR-Darstellung der zeitvarianten Impulsantwort in Bild 2.24 befindet sich hier die angezapfte Verzögerungsleitung am Ausgang des FIR-Filters. Die dopplervariante Übertragungsfunktion  $H(f_d, f)$  wurde deshalb in [7] als *output Doppler spread function* bezeichnet.

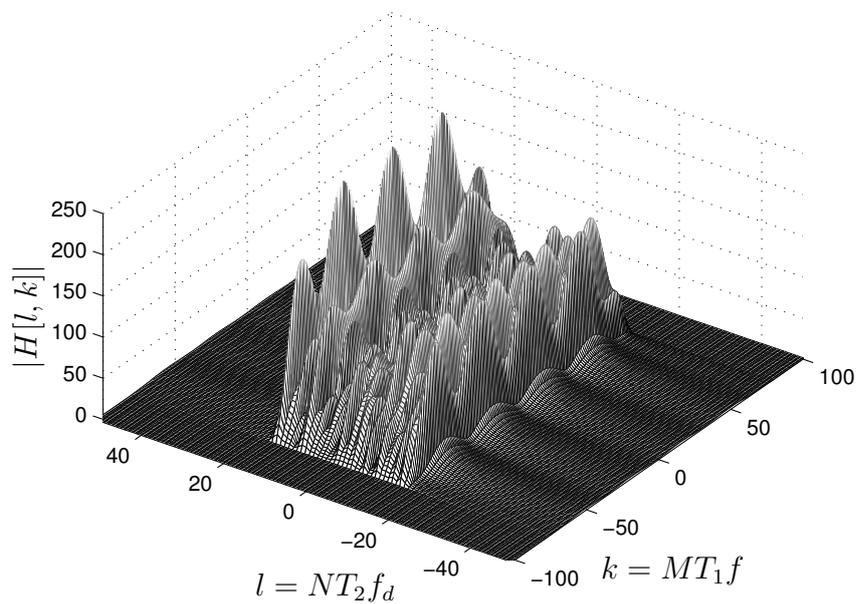
### Bello-Korrelationsfunktionen

Die in dem vorangegangenen Kapitel betrachteten Bello-Systemfunktionen sind determinierte Funktionen und können als Realisierungen komplexer Zufallsprozesse betrachtet werden. Zur vollständigen Beschreibung eines Zufallsprozesses braucht man im Allgemeinen die  $n$ -dimensionale Verbundwahrscheinlichkeitsdichte (*joint probability density function*) mit  $n \rightarrow \infty$ . Ein Gauß-Prozess ist schon durch PDF und Autokorrelationsfunktion vollständig statistisch beschrieben. Den hier betrachteten Kanalmodellen liegen komplexe Gauß-Prozesse zugrunde. Für die Beschreibung ihrer statistischen Eigenschaften werden daher noch die Korrelationsfunktionen der Bello-Systemfunktionen gebraucht, die nachfolgend betrachtet werden sollen. Bei ihrer Ableitung werden folgende Annahmen gemacht:

- Der Mobilfunkkanal ist stationär im weiteren Sinne bezüglich der Zeit  $t$  (WSS, *wide sense stationary*);
- Die Mehrwegekomponenten sind unkorreliert bezüglich der Verzögerungszeit  $\tau$  (US, *uncorrelated scattering*).

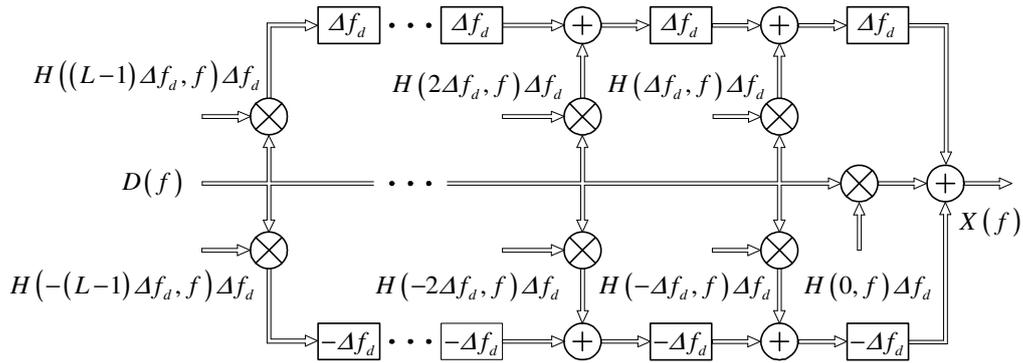


(a)



(b)

Bild 2.30: Betrag der dopplervarianten Übertragungsfunktion: (a) Ausbreitungskanal, (b) Modulationskanal

Bild 2.31: Darstellung von  $H(f_d, f)$  als FIR-Filter

Kanäle mit diesen Eigenschaften werden als WSSUS-Kanäle bezeichnet. WSSUS-Kanälen sind die einfachsten Kanalmodelle, die Zeit- und Frequenzfading aufweisen [1], [7]. Viele Mobilfunkszenarien können realistisch durch WSSUS-Kanäle nachgebildet werden. In dem vorangegangenen Abschnitt "Bello-Systemfunktionen" wurde angemerkt, dass es zwei verschiedene Sätze von Systemfunktionen gibt. Interessant ist es hier anzumerken, dass bei Annahme der WSSUS-Eigenschaft, die Korrelationsfunktionen für beide Sätze von Systemfunktionen übereinstimmen.

Die Korrelationsfunktion der zeitvarianten Impulsantwort  $h(t, \tau)$  ist definiert als

$$\phi_h(t_1, t_2, \tau_1, \tau_2) = E[h^*(t_1, \tau_1)h(t_2, \tau_2)]. \quad (2.103)$$

Sie ist eine Kreuzkorrelationsfunktion (KKF), da die beiden Funktionen  $h(t_1, \tau_1)$  und  $h(t_2, \tau_2)$  für unterschiedliche Verzögerungen  $\tau_1$  und  $\tau_2$  unterschiedliche Prozesse beschreiben. Berücksichtigt man die Unkorreliertheit in  $\tau$  (US-Eigenschaft), dann lässt sich die KKF in folgender Form schreiben

$$\phi_h(t_1, t_2, \tau_1, \tau_2) = \Phi_h(t_1, t_2, \tau_2)\delta(\tau_2 - \tau_1). \quad (2.104)$$

Berücksichtigt man schließlich noch die Stationarität des Prozesses in  $t$  (WSS-Eigenschaft), dann gilt

$$\phi_h(t_1, t_2, \tau_1, \tau_2) = \Phi_h(t_2 - t_1, \tau_2)\delta(\tau_2 - \tau_1) = \Phi_h(\Delta t, \tau_2)\delta(\tau_2 - \tau_1). \quad (2.105)$$

Die Funktion  $\Phi_h(\Delta t, \tau)$  (der Index für die Verzögerungsvariable  $\tau$  ist hier ohne Bedeutung und kann weggelassen werden) wird als Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum (*delay cross-power spectral density*) bezeichnet. Die hiervon abgeleitete Funktion

$$\Phi_h(0, \tau) = \Phi_h(\tau) \quad (2.106)$$

wird als Verzögerungs-Leistungsdichtespektrum (*delay power density spectrum*) oder Mehrwegeausbreitungsprofil (*multipath intensity profile*) bezeichnet.  $\Phi_h(\tau)$  beschreibt die Leistungsdichte des Empfangssignals als Funktion von  $\tau$ , wenn ein Dirac-Impuls gesendet wurde. Sie charakterisiert damit die zeitliche Spreizung des Übertragungskanals.

Für die KKF der dopplervarianten Impulsantwort  $S(f_d, \tau)$  lässt sich ableiten

$$\begin{aligned}
\phi_S(f_{d1}, f_{d2}, \tau_1, \tau_2) &= \mathbb{E}[S^*(f_{d1}, \tau_1)S(f_{d2}, \tau_2)] & (2.107) \\
&= \mathbb{E}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h^*(t_1, \tau_1)e^{j2\pi f_{d1}t_1} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(t_2, \tau_2)e^{-j2\pi f_{d2}t_2} dt_2\right] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{E}[h^*(t_1, \tau_1)h(t_2, \tau_2)]e^{j2\pi f_{d1}t_1} e^{-j2\pi f_{d2}t_2} dt_1 dt_2 \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(t_2 - t_1, \tau_2)\delta(\tau_2 - \tau_1)e^{j2\pi f_{d1}t_1} e^{-j2\pi f_{d2}t_2} dt_1 dt_2.
\end{aligned}$$

Mit der Variablensubstitution  $t_2 = t_1 + \Delta t$  folgt dann weiter

$$\begin{aligned}
\phi_S(f_{d1}, f_{d2}, \tau_1, \tau_2) &= \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(\Delta t, \tau_2)e^{-j2\pi f_{d2}\Delta t} d\Delta t}_{\mathfrak{F}_{\Delta t}\{\Phi_h(\Delta t, \tau_2)\}=\Phi_S(f_{d2}, \tau_2)} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(f_{d2}-f_{d1})t_1} dt_1}_{\delta(f_{d2}-f_{d1})} \delta(\tau_2 - \tau_1) \\
&= \mathfrak{F}_{\Delta t}\{\Phi_h(\Delta t, \tau_2)\}\delta(f_{d2} - f_{d1})\delta(\tau_2 - \tau_1) \\
&= \Phi_S(f_{d2}, \tau_2)\delta(f_{d2} - f_{d1})\delta(\tau_2 - \tau_1). & (2.108)
\end{aligned}$$

Die Funktion  $\Phi_S(f_d, \tau)$  ergibt sich durch Fourier-Transformation von  $\Phi_h(\Delta t, \tau)$  über  $\Delta t$ . Sie trägt die Bezeichnung Doppler-Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum (*Doppler-delay cross-power spectral density*) oder Streufunktion (*scattering function*) und beschreibt anschaulich die zeitliche und spektrale Dispersion des Übertragungskanals.

Aus (2.108) folgt die Feststellung, dass die Stationarität des Prozesses in  $t$  die Unkorreliertheit in  $f_d$  zur Folge hat. Aufgrund der Symmetrie der Fourier-Hin- und Rücktransformation lässt sich schlussfolgern, dass die vorausgesetzte Unkorreliertheit des Prozesses in  $\tau$  Stationarität in  $f$  zur Folge hat. Diese Schlussfolgerung wird mit der nachfolgenden Betrachtung für die Korrelationsfunktion der zeitvarianten Übertragungsfunktion  $T(t, f)$  bestätigt. Es gilt

$$\begin{aligned}
\phi_T(t_1, t_2, f_1, f_2) &= \mathbb{E}[T^*(t_1, f_1)T(t_2, f_2)] \\
&= \mathbb{E}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h^*(t_1, \tau_1)e^{j2\pi f_1\tau_1} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\infty} h(t_2, \tau_2)e^{-j2\pi f_2\tau_2} d\tau_2\right] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbb{E}[h^*(t_1, \tau_1)h(t_2, \tau_2)]e^{j2\pi f_1\tau_1} e^{-j2\pi f_2\tau_2} d\tau_1 d\tau_2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(\Delta t, \tau_2) \left[ \int_{-\infty}^{\infty} e^{j2\pi f_1 \tau_1} e^{-j2\pi f_2 \tau_2} \delta(\tau_2 - \tau_1) d\tau_1 \right] d\tau_2 \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(\Delta t, \tau_2) e^{-j2\pi(f_2 - f_1)\tau_2} d\tau_2.
\end{aligned} \tag{2.109}$$

Setzt man  $f_2 - f_1 = \Delta f$  und beachtet, dass das Integral in der letzten Zeile ein Fourier-Integral über  $\tau_2$  ist, folgt das Ergebnis

$$\phi_T(t_1, t_2, f_1, f_2) = \phi_T(\Delta t, \Delta f) = \mathfrak{F}_\tau\{\Phi_h(\Delta t, \tau)\}. \tag{2.110}$$

$\phi_T(\Delta t, \Delta f)$  wird als Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion (*spaced-time spaced-frequency correlation function*) bezeichnet. Setzt man die zeitvariante Übertragungsfunktion  $T(t, f)$  eines Mobilfunkkanals als einen sowohl in  $t$  als auch in  $f$  stationären Prozess voraus, dann charakterisiert  $\phi_T(\Delta t, \Delta f)$  die Änderungsgeschwindigkeit dieses Prozesses als Funktion der Zeitdifferenz  $\Delta t$  und der Frequenzdifferenz  $\Delta f$ .

Für die KKF der dopplervarianten Übertragungsfunktion  $H(f_d, f)$  lässt sich ableiten

$$\begin{aligned}
\phi_H(f_{d1}, f_{d2}, f_1, f_2) &= \text{E}[H^*(f_{d1}, f_1)H(f_{d2}, f_2)] \\
&= \text{E}\left[\int_{-\infty}^{\infty} T^*(t_1, f_1)e^{j2\pi f_{d1}t_1} dt_1 \int_{-\infty}^{\infty} T(t_2, f_2)e^{-j2\pi f_{d2}t_2} dt_2\right] \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{E}[T^*(t_1, f_1)T(t_2, f_2)]e^{j2\pi f_{d1}t_1} e^{-j2\pi f_{d2}t_2} dt_1 dt_2 \\
&= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \phi_T(\Delta t, \Delta f)e^{j2\pi f_{d1}t_1} e^{-j2\pi f_{d2}t_2} dt_1 dt_2.
\end{aligned}$$

Ersetzt man in der obigen Exponentialfunktion  $t_2 = t_1 + \Delta t$ , dann ergibt sich weiter

$$\begin{aligned}
\phi_H(f_{d1}, f_{d2}, f_1, f_2) &= \int_{-\infty}^{\infty} \phi_T(\Delta t, \Delta f)e^{-j2\pi f_{d2}\Delta t} d(\Delta t) \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(f_{d2} - f_{d1})t_1} dt_1 \\
&= \mathfrak{F}_{\Delta t}\{\phi_T(\Delta t, \Delta f)\}\delta(f_{d2} - f_{d1}) = \Phi_H(f_{d2}, \Delta f)\delta(f_{d2} - f_{d1}).
\end{aligned} \tag{2.111}$$

Die Funktion  $\Phi_H(f_d, \Delta f)$  entsteht durch Fourier-Transformation der Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $\phi_T(\Delta t, \Delta f)$  über  $\Delta t$  und wird als Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum (*Doppler cross-power density spectrum*) bezeichnet. Für  $\Delta f = 0$  erhält man

$$\Phi_H(f_d, 0) = \Phi_H(f_d) \tag{2.112}$$

das Doppler-Leistungsdichtespektrum (*Doppler power density spectrum*). Es charakterisiert die spektrale Spreizung, die der Kanal im statistischen Mittel verursacht, und beschreibt die Leistungsdichte als Funktion der Doppler-Frequenz  $f_d$ , wenn ein unmodulierter Träger gesendet wird.

$$\begin{array}{ccc}
& \Phi_h(t_2 - t_1, \tau_2) \delta(\tau_2 - \tau_1) & \\
\tilde{\mathfrak{F}}_{t_1} \tilde{\mathfrak{F}}_{t_2} \nearrow & & \nwarrow \tilde{\mathfrak{F}}_{f_1}^{-1} \tilde{\mathfrak{F}}_{f_2}^{-1} \\
& \tilde{\mathfrak{F}}_{f_{d1}}^{-1} \tilde{\mathfrak{F}}_{f_{d2}}^{-1} & \tilde{\mathfrak{F}}_{\tau_1} \tilde{\mathfrak{F}}_{\tau_2} \\
\Phi_S(f_{d2}, \tau_2) \delta(f_{d2} - f_{d1}) \delta(\tau_2 - \tau_1) & \phi_T(t_2 - t_1, f_2 - f_1) & \\
& \nwarrow \tilde{\mathfrak{F}}_{f_1}^{-1} \tilde{\mathfrak{F}}_{f_2}^{-1} & \nearrow \tilde{\mathfrak{F}}_{t_1} \tilde{\mathfrak{F}}_{t_2} \\
\tilde{\mathfrak{F}}_{\tau_1} \tilde{\mathfrak{F}}_{\tau_2} \nwarrow & & \nearrow \tilde{\mathfrak{F}}_{f_{d1}}^{-1} \tilde{\mathfrak{F}}_{f_{d2}}^{-1} \\
& \Phi_H(f_{d2}, f_2 - f_1) \delta(f_{d2} - f_{d1}) &
\end{array}$$

Bild 2.32: Fourier-Beziehungen zwischen den Korrelationsfunktionen eines WSSUS-Kanals (Variable:  $\tau_1, \tau_2, t_1, t_2, f_1, f_2, f_{d1}, f_{d2}$ )

Die bisherigen Erkenntnisse über die Bello-Korrelationsfunktionen eines WSSUS-Kanals lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Der WSSUS-Kanal ist stationär in  $t$  und  $f$ , sowie unkorreliert in  $\tau$  und  $f_d$ ;
- Die KKF der vier Bello-Systemfunktionen können durch doppelte Fourier-Transformation ineinander überführt werden (vgl. Bild 2.32).
- Die Funktionen  $\phi_T(\Delta t, \Delta f)$ ,  $\Phi_h(\Delta t, \tau)$ ,  $\Phi_S(f_d, \Delta f)$  und  $\Phi_H(f_d, \Delta f)$ , nachfolgend mit Bello-Korrelationsfunktionen bezeichnet ([1], [9]), lassen sich durch einfache Fouriertransformationen ineinander überführen (Bild 2.33). Es gelten dann folgende Korrespondenzen zwischen den Variablen  $\tau$ ,  $\Delta f$ ,  $\Delta t$  und  $f_d$

$$\tau \stackrel{\tilde{\mathfrak{F}}}{\underset{\tilde{\mathfrak{F}}^{-1}}{\rightleftharpoons}} \Delta f, \quad \Delta t \stackrel{\tilde{\mathfrak{F}}}{\underset{\tilde{\mathfrak{F}}^{-1}}{\rightleftharpoons}} f_d. \quad (2.113)$$

Mit Hilfe der Bello-Korrelationsfunktionen lassen sich AKF und Leistungsdichtespektrum der Ausgangssignale eines WSSUS-Kanals berechnen (Ableitung siehe Anhang A.4). Bezeichnet man entsprechend Bild 2.23 die Signale am Ein- und Ausgang des Ausbreitungskanals mit  $u(t)$  und  $v(t)$ , dann gilt für die AKF

$$\phi_{vv}(\Delta t) = \phi_{uu}(\Delta t) \int_0^{\infty} \Phi_h(\Delta t, \tau) d\tau = \phi_{uu}(\Delta t) \phi_T(\Delta t). \quad (2.114)$$

Das Leistungsdichtespektrum berechnet sich mit

$$\Phi_{vv}(f) = \Phi_{uu}(f) * \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_S(f_d, \tau) d\tau = \Phi_{uu}(f) * \Phi_H(f_d). \quad (2.115)$$

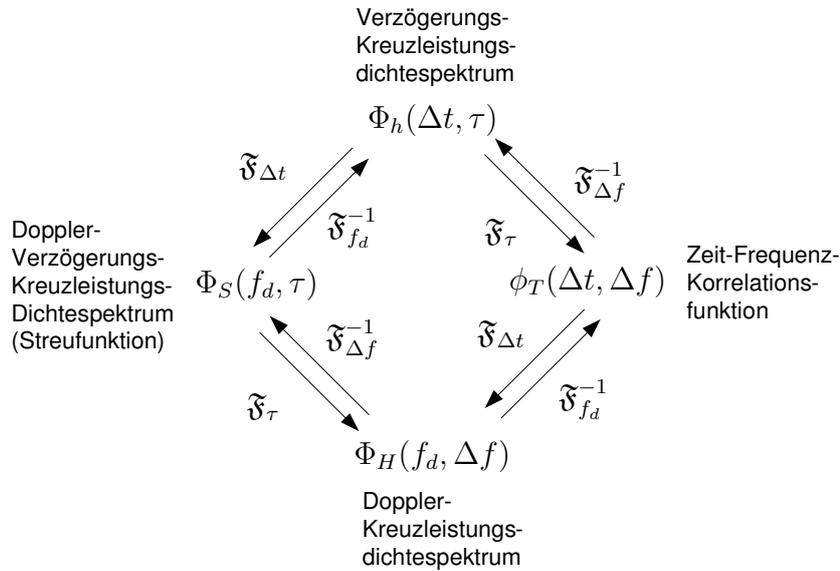


Bild 2.33: Fourier-Beziehungen zwischen den Korrelationsfunktion eines WSSUS-Kanals (Variable:  $\tau, \Delta t, \Delta f, f_d$ )

### Charakteristische Kenngrößen des Mobilfunkkanals

Zur Charakterisierung eines Mobilfunkkanals werden folgende Kenngrößen verwendet:

- Mehrwegeverbreiterung (*delay spread*)  $T_d$ ;
- Doppler-Verbreiterung (*Doppler spread*)  $B_d$ ;
- Kohärenzbandbreite (*coherence bandwidth*)  $B_{\text{coh}}$ ;
- Kohärenzzeit (*coherence time*)  $T_{\text{coh}}$ .

Diese Kenngrößen können aus den Funktionen  $\phi_T(\Delta t, \Delta f)$ ,  $\Phi_h(\Delta t, \tau)$ ,  $\Phi_S(f_d, \Delta f)$  und  $\Phi_H(f_d, \Delta f)$  abgeleitet werden.

Die Mehrwegeverbreiterung  $T_d$  ist ein quantitatives Maß, um die zeitliche Spreizung des Sendesignals infolge der Mehrwegeausbreitung zu beschreiben. Zur Berechnung der Mehrwegeverbreiterung braucht man das Mehrwegeausbreitungsprofil  $\Phi_h(\tau)$ . Die Mehrwegeverbreiterung ist definiert als zweites zentriertes Moment der Verzögerung

$$T_d = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (\tau - \bar{\tau})^2 \frac{\Phi_h(\tau)}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(\tau) d\tau} d\tau}, \quad (2.116)$$

wobei  $\bar{\tau}$  die mittlere Verzögerung bezeichnet

$$\bar{\tau} = \int_{-\infty}^{\infty} \tau \frac{\Phi_h(\tau)}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(\tau) d\tau} d\tau. \quad (2.117)$$

Sendet man einen schmalen Impuls (Dirac-Impuls), dann charakterisieren  $\bar{\tau}$  und  $T_d$  die mittlere Laufzeit und die effektive zeitliche Verbreiterung des Empfangssignals. Die Analogie der Gleichungen (2.116) und (2.117) zur Berechnung von Mittelwert und Standardabweichung zufälliger Prozesse ist offensichtlich, der Term

$$\frac{\Phi_h(\tau)}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_h(\tau) d\tau}$$

spielt dabei die Rolle einer Wahrscheinlichkeitsdichte.

Die Doppler-Verbreiterung  $B_d$  ist ein quantitatives Maß, um die spektrale Verbreiterung des Sendesignals als Funktion des Doppler-Effektes zu beschreiben. Die Doppler-Verbreiterung berechnet sich in Analogie zur Mehrwegeverbreiterung, wobei nunmehr das Doppler-Leistungsdichtespektrum  $\Phi_H(f_d)$  gebraucht wird. Die Doppler-Verbreiterung ist definiert als zweites zentriertes Moment der Doppler-Frequenz

$$B_d = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} (f_d - \bar{f}_d)^2 \frac{\Phi_H(f_d)}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_H(f_d) df_d} df_d}, \quad (2.118)$$

wobei  $\bar{f}_d$  die mittlere Doppler-Verschiebung bezeichnet

$$\bar{f}_d = \int_{-\infty}^{\infty} f_d \frac{\Phi_H(f_d)}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_H(f_d) df_d} df_d, \quad (2.119)$$

und der Term

$$\frac{\Phi_H(f_d)}{\int_{-\infty}^{\infty} \Phi_H(f_d) df_d}$$

die Rolle der Wahrscheinlichkeitsdichte hat. Sendet man einen unmodulierten Träger, dann charakterisieren  $\bar{f}_d$  und  $B_d$  die mittlere Doppler-Verschiebung und die effektive spektrale Verbreiterung des Leistungsspektrums des Empfangssignals.

Mit Hilfe der Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion kann die Kohärenzbandbreite  $B_{\text{coh}}$  und die Kohärenzzeit  $T_{\text{coh}}$  definiert werden. Die Funktion  $\phi_T(0, \Delta f)$  misst die Korrelation zweier Sinussignale als Funktion ihres Frequenzabstandes  $\Delta f$ , die Funktion  $\phi_T(\Delta t, 0)$  als Funktion ihres Zeitabstandes. Die Kohärenzbandbreite  $B_{\text{coh}}$  lässt sich definieren als der Frequenzabstand  $\Delta f = B_{\text{coh}}$ , für den sich die

Korrelation von ihrem Maximum auf einen bestimmten Wert verringert. In der Literatur ([1], [6]) findet man z.B. die Definition

$$|\phi_T(0, B_{\text{coh}})| = 0.5|\phi_T(0, 0)|. \quad (2.120)$$

Die Kohärenzzeit  $T_{\text{coh}}$  bezeichnet den Zeitabstand  $\Delta t = T_{\text{coh}}$ , für den sich die Korrelation von ihrem Maximum auf einen vorgegebenen Wert verringert. Analog zu (2.120) lässt sich definieren [1]

$$|\phi_T(T_{\text{coh}}, 0)| = 0.5|\phi_T(0, 0)|. \quad (2.121)$$

Da sich die Frequenzkorrelationsfunktion  $\phi_T(\Delta f)$  durch Fourier-Transformation des Mehrwegeausbreitungsprofils  $\Phi_h(\tau)$  berechnen lässt

$$\phi_T(\Delta f) = \mathfrak{F}_\tau\{\Phi_h(\tau)\}, \quad (2.122)$$

und die Zeitkorrelationsfunktion  $\phi_T(\Delta t)$  durch Fourier-Rücktransformation des Doppler-Leistungsspektrums  $\Phi_H(f_d)$

$$\phi_T(\Delta t) = \mathfrak{F}_\tau^{-1}\{\Phi_H(f_d)\}, \quad (2.123)$$

bestehen umgekehrt reziproke Verhältnisse zwischen Kohärenzbandbreite  $B_{\text{coh}}$  und Mehrwegeverbreiterung  $T_d$

$$B_{\text{coh}} \propto \frac{1}{T_d}, \quad (2.124)$$

sowie zwischen Kohärenzzeit  $T_{\text{coh}}$  und der Doppler-Verbreiterung  $B_d$

$$T_{\text{coh}} \propto \frac{1}{B_d}. \quad (2.125)$$

Man kann daher die gemessenen oder berechneten Werte für die Mehrwege- und Doppler-Verbreiterung zur Abschätzung von Kohärenzbandbreite und Kohärenzzeit benutzen. Zur Abschätzung der Kohärenzzeit verwendet man häufig anstelle der Doppler-Verbreiterung die leicht zu berechnende maximale Doppler-Frequenz  $f_m$ . In der Literatur finden sich sehr unterschiedliche Beziehungen. Einige folgen unmittelbar aus (2.120) und (2.121), indem ein bestimmtes Kanalmodell angenommen wird. Benutzt man ein WSSUS-Modell mit exponentiell abklingendem Mehrwegeausbreitungsprofil und klassischem Doppler-Spektrum (vgl. Abschnitt 2.3.8), dann gilt die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion

$$\phi_T(\Delta t, \Delta f) = \frac{J_0(2\pi f_m \Delta t)}{1 + j 2\pi \Delta f T_d}, \quad (2.126)$$

und man erhält die Abschätzungen [13]

$$B_{\text{coh}} \approx \frac{\sqrt{3}}{2\pi T_d}, \quad (2.127)$$

$$T_{\text{coh}} \approx \frac{3}{4\pi f_m}. \quad (2.128)$$

In der Literatur sind auch restriktiveren Abschätzungen zu finden. So werden in [1] folgende Abschätzungen angegeben

$$B_{\text{coh}} \approx \frac{1}{2\pi T_d}, \quad (2.129)$$

$$T_{\text{coh}} \approx \frac{9}{16\pi f_m}. \quad (2.130)$$

Sie folgen aus der Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion

$$\phi_T(\Delta t, \Delta f) = \frac{J_0^2(2\pi f_m \Delta t)}{1 + (2\pi \Delta f T_d)^2}, \quad (2.131)$$

die von Jakes [6] abgeleitet wurde. Für die an der Empfangsantenne einfallenden Signale wird dabei folgende Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für Einfallswinkel  $\theta$  und Verzögerungszeit  $\tau$  vorausgesetzt

$$p_{\theta, \tau}(\theta, \tau) = p_{\theta}(\theta)p_{\tau}(\tau) = \frac{1}{2\pi T_d} e^{-\tau/T_d}. \quad (2.132)$$

Das heißt, es liegt ebenfalls ein exponentiell abklingendes Mehrwegeausbreitungsprofil vor. Jedoch wird kein WSSUS-Modell zugrunde gelegt und die Doppler-Frequenzen nicht als unkorreliert betrachtet. Abschließend sollen noch die Faustregeln aus [10] genannt werden, die eine weite Verbreitung gefunden haben

$$B_{\text{coh}} \approx \frac{1}{5T_d}, \quad (2.133)$$

$$T_{\text{coh}} \approx \sqrt{\frac{9}{16\pi}} \frac{1}{f_m} = \frac{0.423}{f_m}. \quad (2.134)$$

All diese Abschätzungen sind hilfreich, aber in ihrer Aussage beschränkt. Um den Kanaleinfluss auf die Signalübertragung exakter zu erfassen, können Simulationen mit genaueren Kanalmodellen durchgeführt werden.

Anhand der Kohärenzbandbreite und der Kohärenzzeit kann eine grobe Klassifikation der Übertragungskanäle gemäß Bild 2.34 getroffen werden ([1], Chapter 2.4.3 Channel Classifications). Gilt für die Signalbandbreite  $B < B_{\text{coh}}$ , dann spricht man von einem nicht frequenzselektiven oder frequenzflachen Kanal. Im Fall  $B > B_{\text{coh}}$  ist der Kanal frequenzselektiv und verursacht ISI (Intersymbolinterferenz). Man spricht von einem nicht zeitselektiven oder zeitflachen Kanal, wenn für die Symboldauer die Bedingung  $T < T_{\text{coh}}$  erfüllt ist. Gilt  $T > T_{\text{coh}}$ , dann ist der Kanal zeitselektiv. In einem zeitselektiven Kanal ändern sich die Übertragungseigenschaften signifikant innerhalb einer Symboldauer. Der Kanal verursacht eine parasitäre Modulation (Amplituden- und Phasenmodulation), die die Symbolfehlerrate vergrößert. Im Gegensatz zu einem AWGN-Kanal ist daher die Symbolfehlerrate in einem Mobilfunkkanal von der Symbolrate  $R = 1/T$

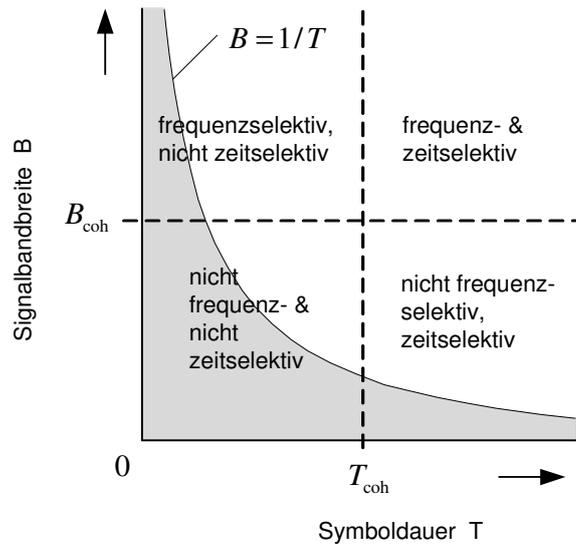


Bild 2.34: Kanalklassifikation

abhängig, auch wenn das Signal-Rausch-Verhältnis  $\mathcal{E}_b/N_0$  (Energie pro Bit zu Rauschleistungsdichte) konstant bleibt. Bei wachsender Symbolrate steigt die Signalbandbreite und der Kanal wird frequenzselektiv. Die Symbolfehlerrate steigt dann infolge von ISI. Bei einer Übertragung mit sehr geringer Symbolrate wird der Kanal zeitselektiv. Infolge der parasitären Kanalmodulation steigt dann ebenfalls die Symbolfehlerrate. Die graue Fläche in Bild 2.34 markiert den Bereich, in dem das Zeit-Bandbreite-Produkt des Signals kleiner Eins ist. Dieser Bereich liegt außerhalb des Zeit-Bandbreite-Produktes praktischer Übertragungssysteme. Wegen der hohen Symbolraten in modernen terrestrischen Mobilfunksystemen ist der Übertragungskanal meist frequenzselektiv und zeitlich flach. Die Tatsache, dass die Übertragungseigenschaften eines zeitlich flachen Kanals für einen Zeitraum, der sich über viele Symbole erstrecken kann, kaum ändert, ist die Voraussetzung dafür, dass man diese Übertragungseigenschaften mit Hilfe von Testsignalen messen und die gewonnene Kanalinformation im Empfänger für einen optimalen Signalempfang nutzen kann. Der Fall eines frequenz- und zeitselektiven Kanals kann für Satelliten- und Flugzeugkommunikation zutreffen. Die dort auftretenden hohen Geschwindigkeiten können eine große Doppler-Verbreiterung  $B_d$  und damit eine kleine Kohärenzzeit  $T_{\text{coh}}$  verursachen. Gleichzeitig kann durch Bodenreflexionen eine große Mehrwegeverbreiterung  $T_d$  entstehen, die eine kleine Kohärenzbandbreite  $B_{\text{coh}}$  zur Folge hat.

Bild 2.35 gibt einen Überblick über die in diesem Abschnitt behandelten Bello-System- und -Korrelationsfunktionen. Dargestellt sind auch die Wege, die von den Korrelationsfunktionen zu den abgeleiteten Funktionen Verzögerungs-Lei-

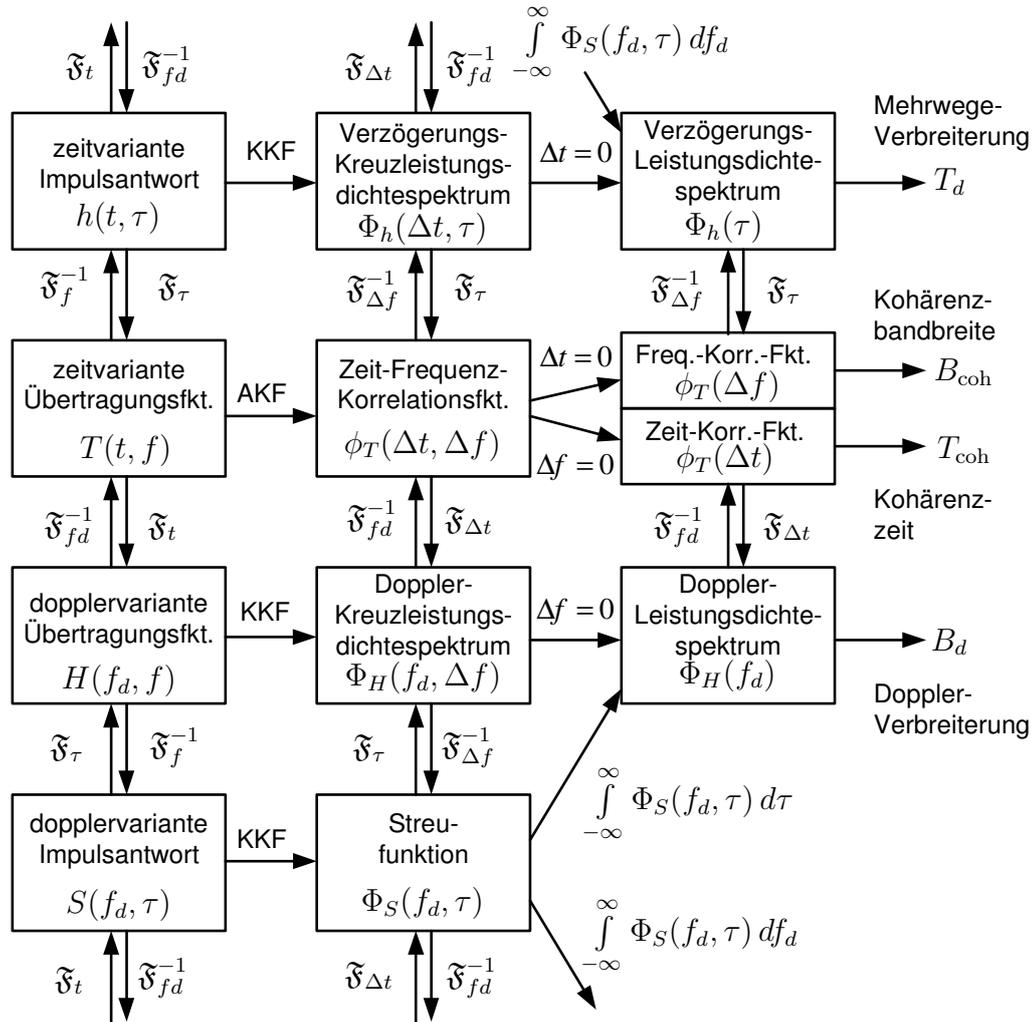


Bild 2.35: Übersicht über die Bello-System-Funktionen und ihre Korrelationsfunktionen

stungsdichtespektrum (Mehrwegeausbreitungsprofil)  $\Phi_h(\tau)$ , Doppler-Leistungsdichtespektrum  $\Phi_H(f_d)$ , Frequenz-Korrelationsfunktion  $\phi_T(\Delta f)$  und Zeit-Korrelationsfunktion  $\phi_T(\Delta t)$  führen und welche charakteristischen Kenngrößen eines WSSUS-Übertragungskanal aus diesen abgeleiteten Funktionen berechnet werden können.

### 2.3.8 Korrelationsfunktionen einfacher WSSUS-Kanäle

Nachfolgend sollen die Bello-Korrelationsfunktionen für vier einfache WSSUS-Kanalmodelle abgeleitet und graphisch dargestellt werden. Dabei werden immer die Korrelationsfunktionen für den Ausbreitungskanal betrachtet, die keiner

Bandbegrenzung unterliegen. Die Beziehungen zwischen den kontinuierlichen und diskreten Bello-Korrelationsfunktionen werden im Anhang A.1 aufgezeigt.

### 1. Rayleigh-Kanal

Das Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum ist gegeben mit

$$\Phi_h(\Delta t, \tau) = J_0(2\pi f_m \Delta t) \delta(\tau - \tau_0). \quad (2.135)$$

Entsprechend den Ausführungen in Kapitel 2.3.4 ist der Rayleigh-Kanal dadurch gekennzeichnet, dass alle an der Antenne eintreffenden Signale die gleiche Verzögerung  $\tau_0$  haben, und die zeitliche Korrelation des stationären Rayleigh-Prozesses durch die Besselfunktion  $J_0(2\pi f_m \Delta t)$  (vgl. (2.54)) beschrieben ist. Durch Fourier-Transformation über  $\tau$  erhält man die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion

$$\phi_T(\Delta t, \Delta f) = J_0(2\pi f_m \Delta t) e^{-j2\pi \Delta f \tau_0}. \quad (2.136)$$

Die Fourier-Transformation von  $\Phi_h(\Delta t, \tau)$  über  $\Delta t$  liefert das Doppler-Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum  $\Phi_S(f_d, \tau)$ , für das meist die kompaktere Bezeichnung Streufunktion (*scattering function*) verwendet wird

$$\Phi_S(f_d, \tau) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} \delta(\tau - \tau_0), \quad |f_d| \leq f_m. \quad (2.137)$$

Die Fourier-Transformation von  $\phi_T(\Delta t, \Delta f)$  über  $\Delta t$  oder von  $\Phi_S(f_d, \tau)$  über  $\tau$  liefert schließlich das Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum

$$\Phi_H(f_d, \Delta f) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} e^{-j2\pi \Delta f \tau_0}, \quad |f_d| \leq f_m. \quad (2.138)$$

Die entsprechenden diskreten Korrelationsfunktionen lauten

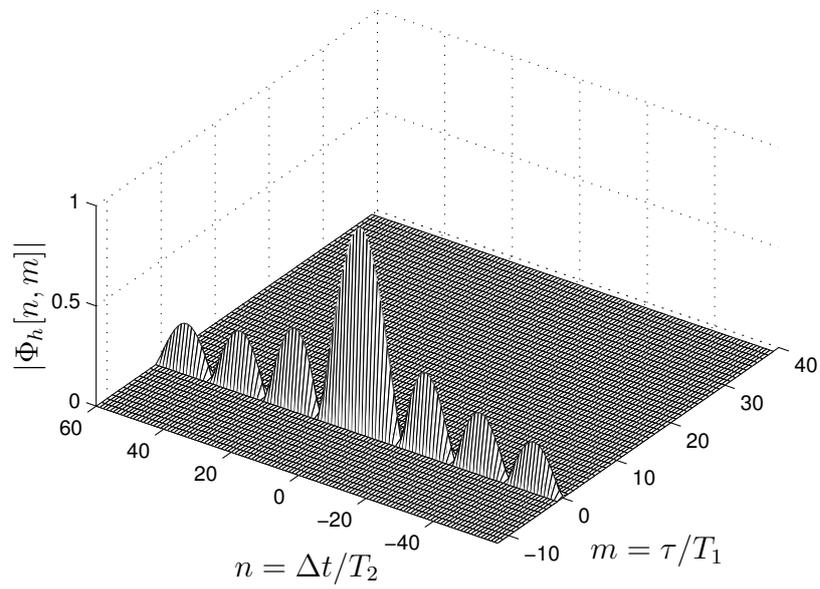
$$\Phi_h[n, m] = J_0(2\pi f_m T_2 n) \delta[m - m_0], \quad (2.139)$$

$$\phi_T[n, k] = J_0(2\pi f_m T_2 n) e^{-j2\pi k m_0/M}, \quad (2.140)$$

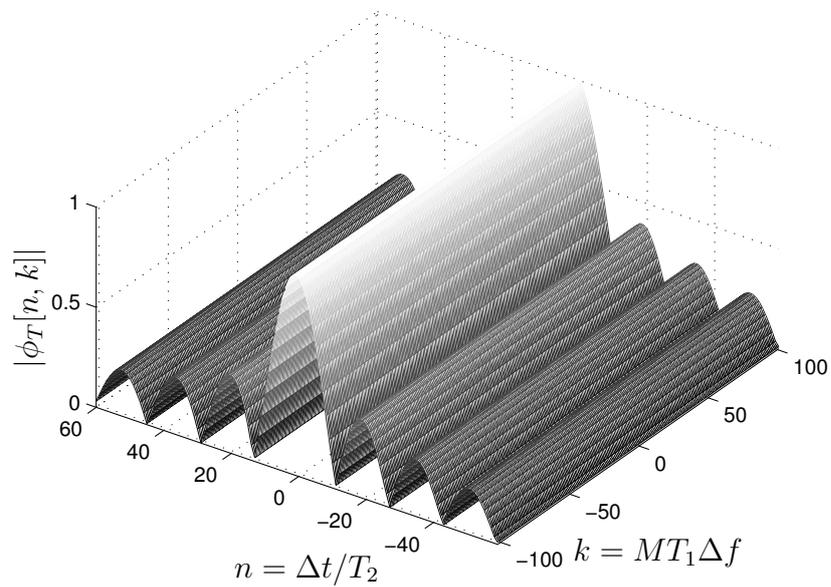
$$\Phi_S[l, m] = \frac{1}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/(f_m T_2 N))^2}} \delta[m - m_0], \quad |l| \leq f_m T_2 N, \quad (2.141)$$

$$\Phi_H[l, k] = \frac{1}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/f_m T_2 N)^2}} e^{-j2\pi k m_0/M}, \quad |l| \leq f_m T_2 N. \quad (2.142)$$

mit der normierten Verzögerung  $m = \tau/T_1$ ,  $m = 0, \dots, M-1$ , der normierten Zeit  $n = \Delta t/T_2$ ,  $n = 0, \dots, N-1$ , der normierten Frequenzdifferenz  $k = T_1 M \Delta f$ ,  $k = 0, \dots, M-1$  und der normierten Dopplerfrequenz  $l = T_2 N f_d$ ,  $l = 0, \dots, N-1$ . Die diskreten Korrelationsfunktionen sind in den Bildern 2.36 und 2.37 dargestellt.

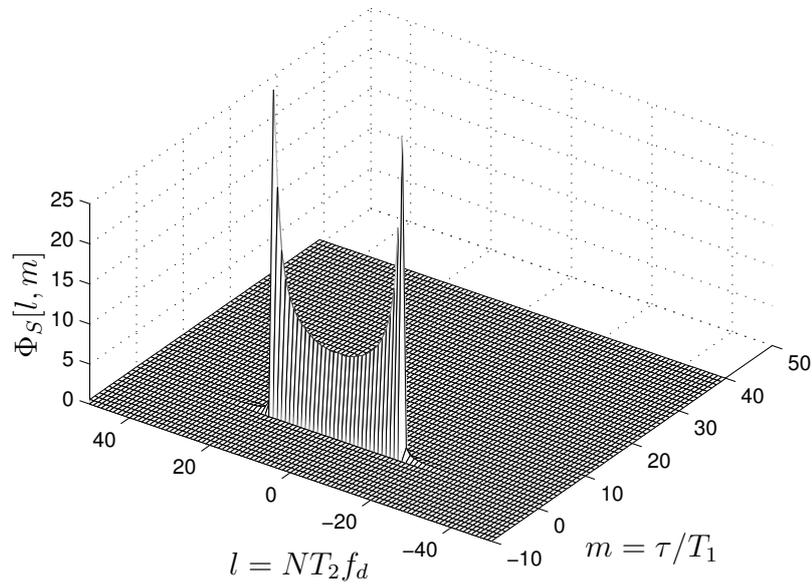


(a)

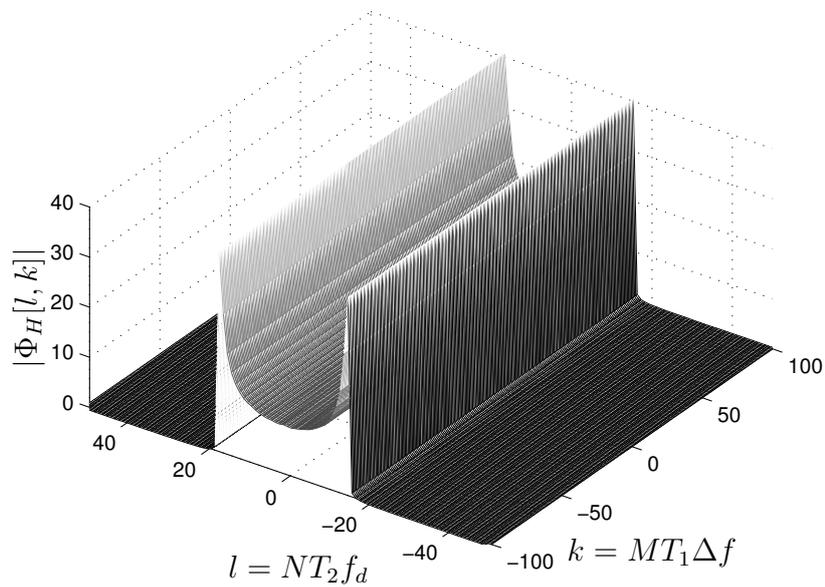


(b)

Bild 2.36: Rayleigh-Kanal ( $f_m T_2 = 1/32$ ): (a) Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_h[n, m]|$ , (b) Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $|\phi_T[n, k]|$



(a)



(b)

Bild 2.37: Rayleigh-Kanal ( $f_m T_2 = 1/32$ ): (a) Streufunktion  $\Phi_S[l, m]$ , (b) Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_H[l, k]|$

Bild 2.36(a) zeigt das diskrete Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum, wobei  $m_0 = \tau_0/T_1 = 0$  und  $f_m T_2 = 1/32$  angenommen wurde. Für die diskreten Fourier-Transformationen über die normierte Verzögerung  $m$  und normierte Zeitdifferenz  $n$  wurde  $M = 1024$  bzw.  $N = 512$  festgelegt. Aus der Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion nach Bild 2.36(b) ist zu erkennen, dass der Rayleigh-Kanal ein frequenzflacher Kanal ist. Die Kohärenzbandbreite des Ausbreitungskanals ist daher unendlich. Die Kohärenzzeit berechnet sich mit (2.121) zu

$$T_{\text{coh}} = \frac{3}{4\pi f_m}. \quad (2.143)$$

Damit erhält man für die normierte Darstellung in Bild 2.36

$$\frac{T_{\text{coh}}}{T_2} = \frac{3}{4\pi f_m T_2} = \frac{3 \cdot 32}{4\pi} = 7.64.$$

Die Streufunktion (Bild 2.37(a)) verdeutlicht, dass der Rayleigh-Kanal eine Frequenzspreizung, nicht aber eine zeitliche Spreizung verursacht. Ihr Verlauf als Funktion der normierten Doppler-Frequenz  $l$  wird durch das klassische Doppler-Spektrum beschrieben. Die maximale normierte Doppler-Frequenz beträgt  $l_m = NT_2 f_m = 512/32 = 16$ .

## 2. Rice-Kanal

In Kapitel 2.3.4 wurde die AKF für den Rice-Prozess abgeleitet. Unter Berücksichtigung der dort abgeleiteten Beziehung (2.77) kann das Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum des Rice-Kanals angegeben werden

$$\Phi_h(\Delta t, \tau) = \left( \frac{1}{1+K} J_0(2\pi f_m \Delta t) + \frac{K}{1+K} e^{j2\pi f_{\text{LOS}} \Delta t} \right) \delta(\tau - \tau_0). \quad (2.144)$$

Die Fourier-Transformation von (2.144) über  $\tau$  liefert die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $\phi_T(\Delta t, \Delta f)$

$$\phi_T(\Delta t, \Delta f) = \left( \frac{1}{1+K} J_0(2\pi f_m \Delta t) + \frac{K}{1+K} e^{j2\pi f_{\text{LOS}} \Delta t} \right) e^{-j2\pi \Delta f \tau_0}. \quad (2.145)$$

Für die Streufunktion und das Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum folgt

$$\Phi_S(f_d, \tau) = \frac{1}{1+K} \left( \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} + K \delta(f_d - f_{\text{LOS}}) \right) \delta(\tau - \tau_0), \quad (2.146)$$

$$|f_d| \leq f_m,$$

$$\Phi_H(f_d, f) = \frac{1}{1+K} \left( \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} + K \delta(f_d - f_{\text{LOS}}) \right) e^{-j2\pi \Delta f \tau_0}, \quad (2.147)$$

$$|f_d| \leq f_m.$$

Für die diskreten Korrelationsfunktionen, die in den Bildern 2.38 und 2.39 dargestellt sind, gelten folgende Beziehungen

$$\Phi_h[n, m] = \left( \frac{1}{1+K} J_0(2\pi f_m T_2 n) + \frac{K}{1+K} e^{j2\pi f_{\text{LOS}} T_2 n} \right) \delta[m - m_0], \quad (2.148)$$

$$\phi_T[n, k] = \left( \frac{1}{1+K} J_0(2\pi f_m T_2 n) + \frac{K}{1+K} e^{j2\pi f_{\text{LOS}} T_2 n} \right) e^{-j2\pi k m_0 / M}, \quad (2.149)$$

$$\Phi_S[l, m] = \frac{1}{1+K} \left( \frac{1}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/(f_m T_2 N))^2}} + K \delta[l - NT_2 f_{\text{LOS}}] \right) \delta[m - m_0], \quad |l| \leq f_m T_2 N, \quad (2.150)$$

$$\Phi_H[l, k] = \frac{1}{1+K} \left( \frac{1}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/(f_m T_2 N))^2}} + K \delta[l - NT_2 f_{\text{LOS}}] \right) e^{-j2\pi k m_0 / M}, \quad |l| \leq f_m T_2 N. \quad (2.151)$$

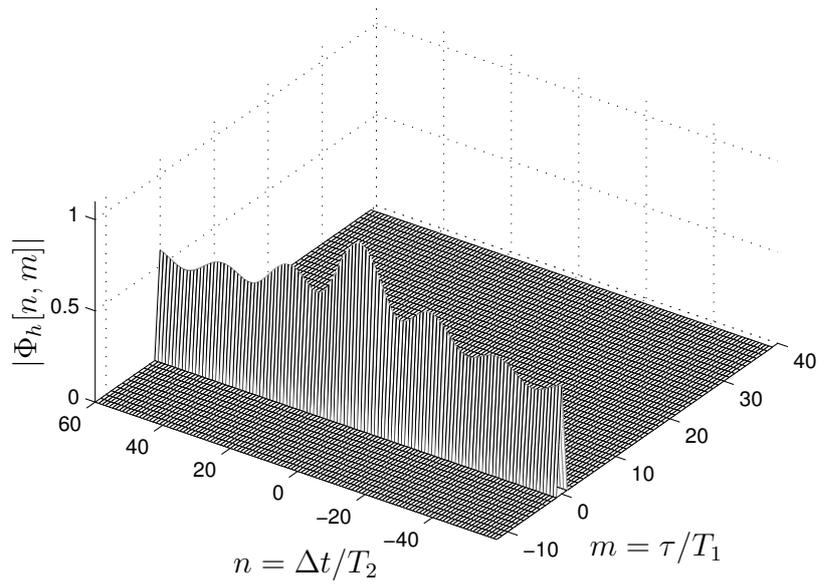
Bild 2.38 zeigt den Betrag des Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrums und der Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion, wobei folgende Parameter gewählt wurden:  $\tau_0/T_1 = 0$ ,  $f_m T_2 = 1/32$ ,  $f_{\text{LOS}} T_2 = -0.02$  und  $K = 2$ . Der Rice-Kanal weist wie der Rayleigh-Kanal keine zeitliche Spreizung auf und ist damit ein frequenzflacher Kanal. Die LOS-Komponente bewirkt, dass die zeitliche Korrelation nicht mehr auf den Wert Null absinkt. Je stärker die LOS-Komponente, umso weniger stark sind die Betragseinbrüche als Funktion der normierten Zeit  $n$ . Der Rice-Kanal nähert sich mit wachsendem  $K$  einem stationärem Kanal. Streufunktion und Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum sind in Bild 2.39 dargestellt. In dem Beispiel entfallen zwei Drittel der Gesamtleistung auf die Spektrallinie bei der normierten Doppler-Frequenz  $l_{\text{LOS}} = NT_2 f_{\text{LOS}} = 512 \cdot (-0.02) = -10.24$  und ein Drittel auf das klassische Doppler-Spektrum.

### 3. 2-Tap Rayleigh-Kanal

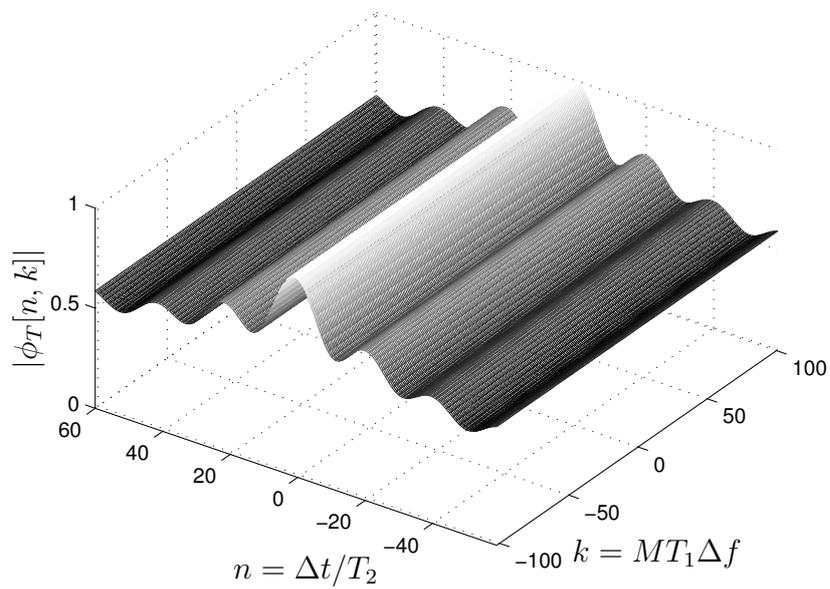
In diesem Kanalmodell existieren zwei Rayleigh-Ausbreitungspfade mit den Laufzeiten  $\tau_1/T_1 = 0$  und  $\tau_2/T_1 = 20$ . Weitere Annahmen betreffen die maximale Doppler-Frequenz  $f_m T_2 = 1/32$  und das Leistungsverhältnis  $K = P_1/P_2 = 4$  der beiden Signale. Für das Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum gilt

$$\Phi_h(\Delta t, \tau) = J_0(2\pi f_m \Delta t) \left( \frac{K}{1+K} \delta(\tau - \tau_1) + \frac{1}{1+K} \delta(\tau - \tau_2) \right). \quad (2.152)$$

Die Fourier-Transformation über  $\tau$  liefert die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion

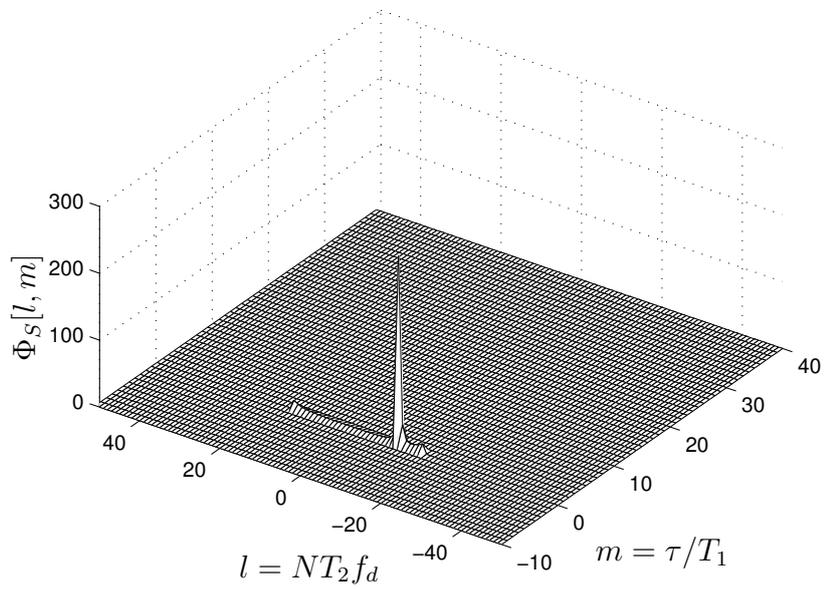


(a)

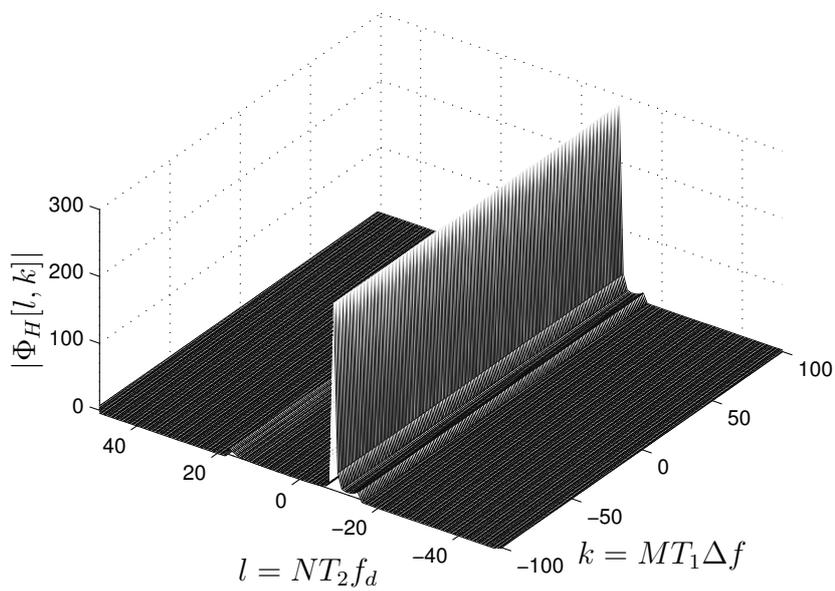


(b)

Bild 2.38: Rice-Kanal ( $f_m T_2 = 1/32$ ,  $K = 2$ ): (a) Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_h[n, m]|$ , (b) Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $|\phi_T[n, k]|$

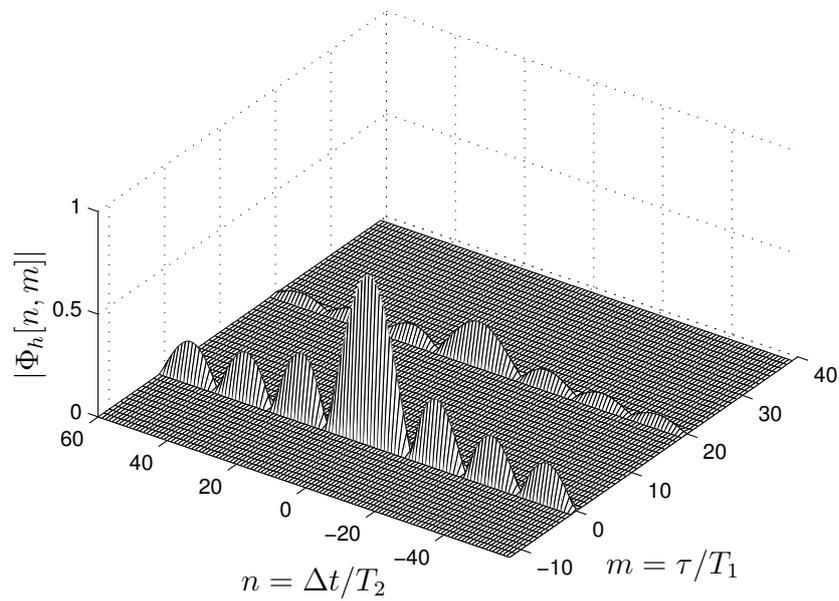


(a)

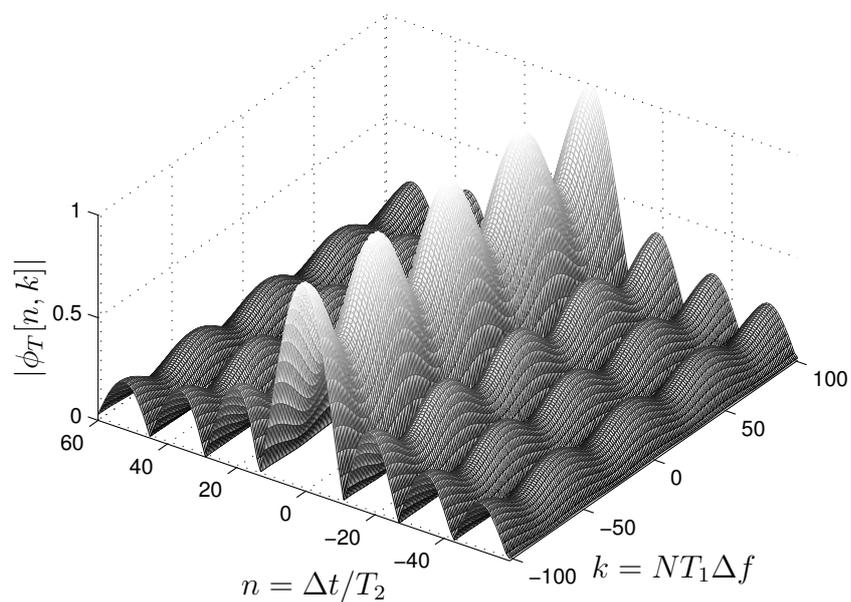


(b)

Bild 2.39: Rice-Kanal ( $f_m T_2 = 1/32$ ,  $K = 2$ ): (a) Streufunktion  $\Phi_S[l, m]$ , (b) Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_H[l, k]|$

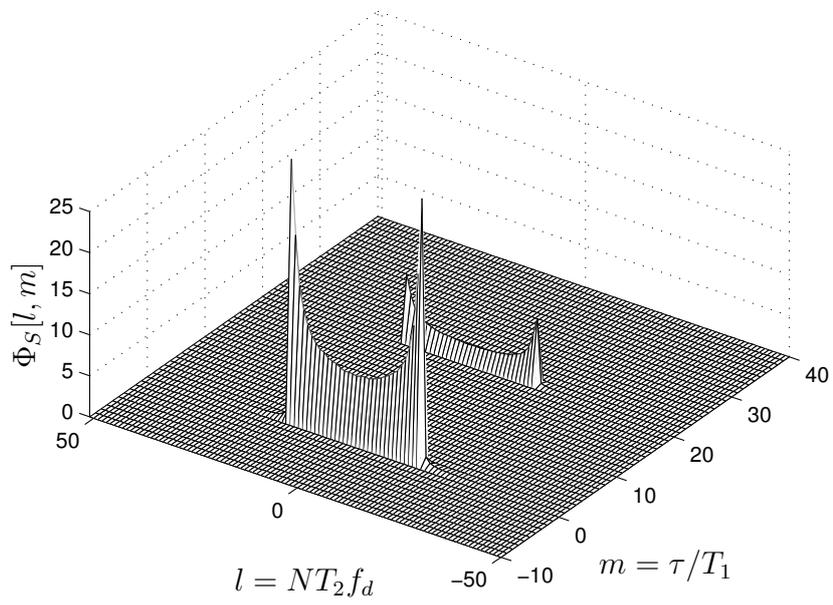


(a)

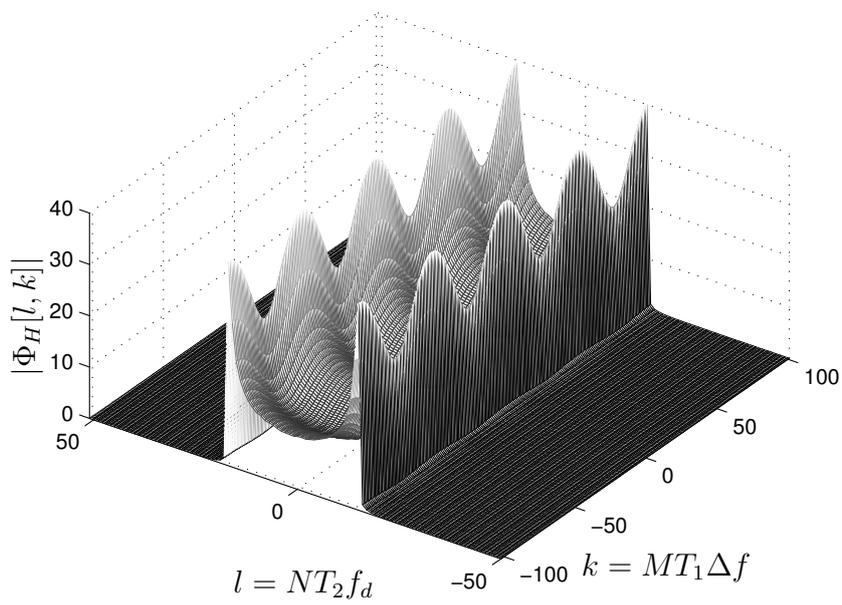


(b)

Bild 2.40: 2-Tap Rayleigh-Kanal: (a) Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_h[n, m]|$ , (b) Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $|\phi_T[n, k]|$



(a)



(b)

Bild 2.41: 2-Tap Rayleigh-Kanal: (a) Streufunktion  $\Phi_S[l, m]$ , (b) Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_H[l, k]|$

$$\phi_T(\Delta t, \Delta f) = J_0(2\pi f_m \Delta t) \left( \frac{K}{1+K} e^{-j2\pi \Delta f \tau_1} + \frac{1}{1+K} e^{-j2\pi \Delta f \tau_2} \right). \quad (2.153)$$

Für die Streufunktion und das Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum lässt sich ableiten

$$\Phi_S(f_d, \tau) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} \left( \frac{K}{1+K} \delta(\tau - \tau_1) + \frac{1}{1+K} \delta(\tau - \tau_2) \right), \quad (2.154)$$

$$|f_d| \leq f_m,$$

$$\Phi_H(f_d, \Delta f) = \frac{1}{\pi f_m \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}} \left( \frac{K}{1+K} e^{-j2\pi \Delta f \tau_1} + \frac{1}{1+K} e^{-j2\pi \Delta f \tau_2} \right), \quad (2.155)$$

$$|f_d| \leq f_m.$$

Für die in Bild 2.40 und 2.41 dargestellten diskreten Korrelationsfunktionen gilt

$$\Phi_h[n, m] = J_0(2\pi f_m T_2 n) \left( \frac{K}{1+K} \delta[m - m_1] + \frac{1}{1+K} \delta[m - m_2] \right), \quad (2.156)$$

$$\phi_T[n, k] = J_0(2\pi f_m T_2 n) \left( \frac{K}{1+K} e^{-j2\pi k m_1/M} + \frac{1}{1+K} e^{-j2\pi k m_2/M} \right), \quad (2.157)$$

$$\Phi_S[n, k] = \frac{1}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/f_m T_2 N)^2}} \left( \frac{K}{1+K} \delta[m - m_1] + \frac{1}{1+K} \delta[m - m_2] \right) \quad (2.158)$$

$$|l| \leq f_m T_2 N,$$

$$\Phi_H[l, k] = \frac{1}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/f_m T_2 N)^2}} \left( \frac{K}{1+K} e^{-j2\pi k m_1/M} + \frac{1}{1+K} e^{-j2\pi k m_2/M} \right), \quad (2.159)$$

$$|l| \leq f_m T_2 N.$$

Die zeitliche und spektrale Spreizung wird anschaulich durch die Streufunktion (Bild 2.41(a)) dargestellt. Infolge der zeitlichen Spreizung ist der 2-Tap-Rayleigh-Kanal nicht mehr frequenzflach. Für den Betrag der Frequenz-Korrelations-Funktion  $\phi_T(0, \Delta f) = \phi_T(\Delta f)$  folgt aus (2.153)

$$|\phi_T(\Delta f)| = \frac{|\sqrt{K^2 + 1 + 2K \cos(2\pi \Delta f (\tau_2 - \tau_1))}|}{1+K}. \quad (2.160)$$

Der Betrag ist eine in  $\Delta f$  periodische Funktion. Die Periodendauer  $\Delta f_0$  wird bestimmt durch die zeitliche Differenz der beiden Pfadverzögerungen (vgl. Kapitel 2.3.2, Gleichungen (2.17), (2.19))

$$\Delta f_0 = \frac{1}{\tau_2 - \tau_1}. \quad (2.161)$$

Mit den gewählten Parametern erhält man für die normierte Periodendauer der diskreten Frequenz-Korrelationsfunktion

$$\Delta k_0 = M T_1 \Delta f_0 = \frac{M}{\tau_1/T_1 - \tau_2/T_1} = \frac{1024}{20} = 51.2. \quad (2.162)$$

Diese Periodizität wird durch die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion nach Bild 2.40(b) bestätigt. Eine Kohärenzbandbreite nach Gleichung (2.120) lässt sich mit dem gewählten Parameter  $K = 4$  nicht berechnen, da nur ein Minimalwert von  $|\phi_T(\Delta f)| = 0.6|\phi_T(0)|$  bei  $\Delta f T_1 = 1/40 = 0.025$  bzw. bei  $k = M\Delta f T_1 = 1024/40 = 25.6$  erreicht wird. Die Kohärenzzeit beträgt wie bei dem Rayleigh-Kanal in Abschnitt 2.3.8

$$\frac{T_{\text{coh}}}{T_2} = \frac{3}{4\pi f_m T_2} = 7.64. \quad (2.163)$$

#### 4. Kanal mit exponentiell abklingendem Mehrwegeausbreitungsprofil und klassischem Doppler-Spektrum

Das Mehrwegeausbreitungsprofil ist gegeben mit

$$\Phi_h(0, \tau) = \Phi_h(\tau) = \frac{1}{\tau_1} e^{-\tau/\tau_2}, \quad \tau \geq 0. \quad (2.164)$$

Die Berechnung der mittleren Verzögerung  $\bar{\tau}$  und der Mehrwegeverbreiterung  $T_d$  mit (2.117) und (2.116) ergibt

$$\bar{\tau} = T_d = \tau_2. \quad (2.165)$$

Da ein klassisches Doppler-Spektrum vorausgesetzt wird, gilt für das Zeit-Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum

$$\Phi_h(\Delta t, \tau) = J_0(2\pi f_m \Delta t) \frac{1}{\tau_1} e^{-\tau/\tau_2}, \quad \tau \geq 0. \quad (2.166)$$

Die Fourier-Transformation über  $\tau$  liefert die Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion

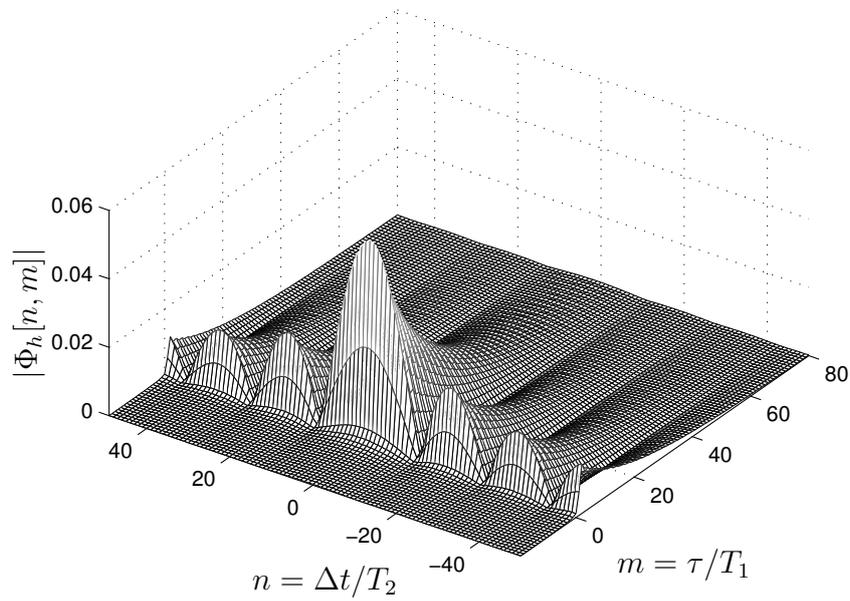
$$\phi_T(\Delta t, \Delta f) = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{J_0(2\pi f_m \Delta t)}{1 + j 2\pi \Delta f \tau_2}. \quad (2.167)$$

$\phi_T(\Delta t, \Delta f)$  ist eine komplexe Funktion, da  $\Phi_h(\Delta t, \tau)$  eine in  $\tau$  unsymmetrische Funktion ist. Ihr Betrag ist gegeben mit

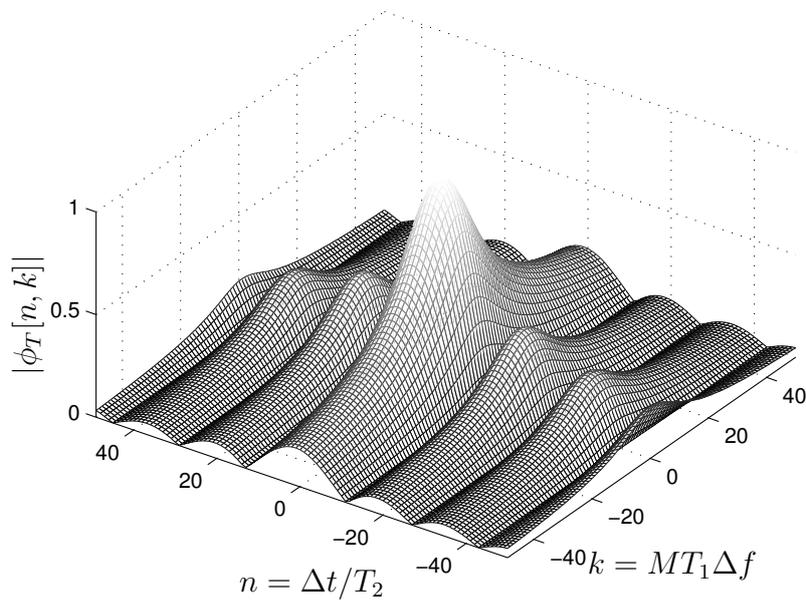
$$|\phi_T(\Delta t, \Delta f)| = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{|J_0(2\pi f_m \Delta t)|}{\sqrt{1 + (2\pi \Delta f \tau_2)^2}}. \quad (2.168)$$

Mit den Definitionen (2.120) und (2.121) lassen sich daraus Kohärenzzeit und Kohärenzbandbreite ableiten. Für die Kohärenzzeit gilt wie für den Rayleigh-Kanal

$$T_{\text{coh}} = \frac{3}{4\pi f_m}, \quad (2.169)$$

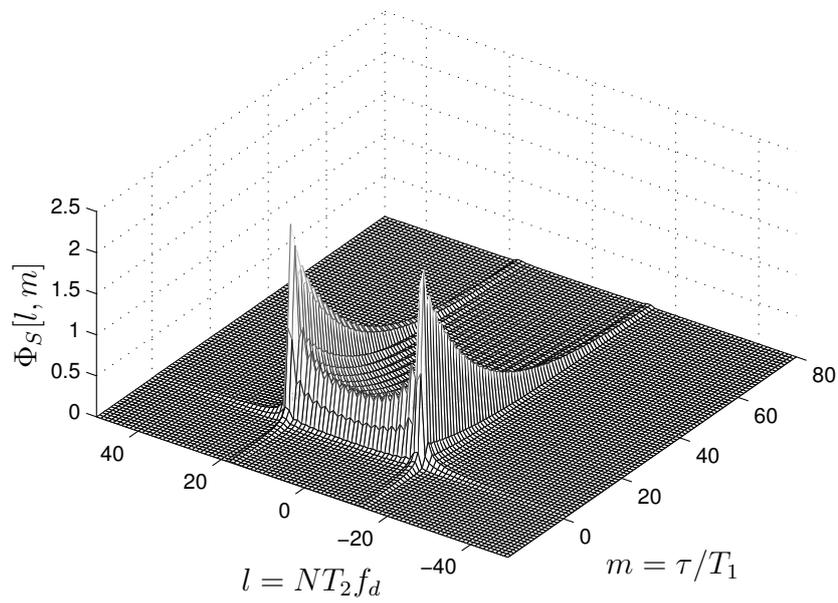


(a)

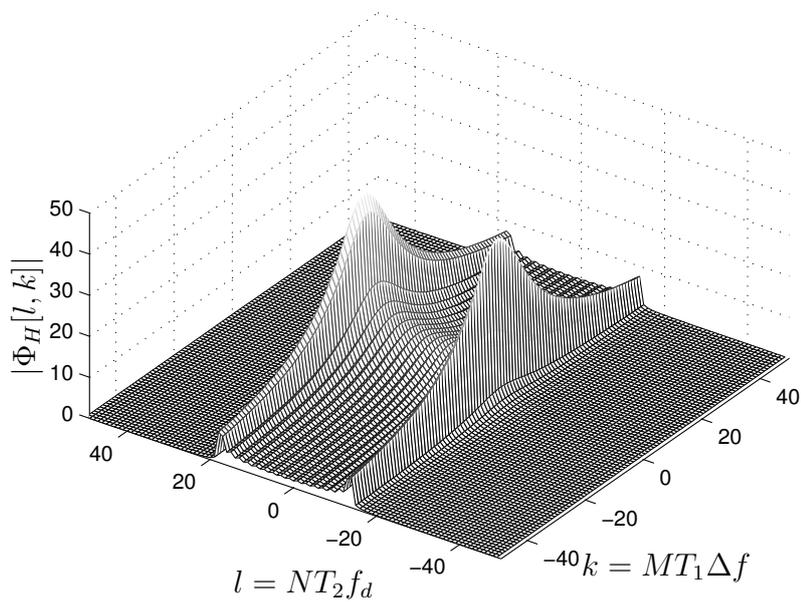


(b)

Bild 2.42: Kanal mit exponentiell abklingendem Mehrwegeausbreitungsprofil: (a) Verzögerungs-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_h[n, m]|$ , (b) Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion  $|\phi_T[n, k]|$



(a)



(b)

Bild 2.43: Kanal mit exponentiell abklingendem Mehrwegeausbreitungsprofil: (a) Streufunktion  $\Phi_S[l, m]$ , (b) Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum  $|\Phi_H[l, k]|$

für die Kohärenzbandbreite erhält man

$$B_{\text{coh}} = \frac{\sqrt{3}}{2\pi T_d}. \quad (2.170)$$

Die Fourier-Transformation von (2.166) über  $\Delta t$  liefert die Streufunktion

$$\Phi_S(f_d, \tau) = \frac{e^{-\tau/\tau_2}}{\pi f_m \tau_1 \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2}}, \quad \tau \geq 0, \quad |f_d| \leq f_m, \quad (2.171)$$

die Fourier-Transformation der Streufunktion über  $\tau$  ergibt das Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum

$$\Phi_H(f_d, \Delta f) = \frac{\tau_2}{\pi f_m \tau_1 \sqrt{1 - (f_d/f_m)^2} (1 + j 2\pi \Delta f \tau_2)}, \quad |f_d| \leq f_m. \quad (2.172)$$

Für die diskreten Korrelationsfunktionen gilt

$$\Phi_h[n, m] = \frac{T_1}{\tau_1} J_0(2\pi f_m T_2 n) e^{-mT_1/\tau_2}, \quad (2.173)$$

$$\phi_T[n, k] = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{J_0(2\pi f_m T_2 n)}{1 + j 2\pi k \tau_2 / (MT_1)}, \quad (2.174)$$

$$\Phi_S[l, m] = \frac{T_1}{\tau_1} \frac{1}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/(NT_2 f_m))^2}}, \quad (2.175)$$

$$\Phi_H[l, k] = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{e^{-mT_1/\tau_2}}{\pi f_m T_2 \sqrt{1 - (l/(NT_2 f_m))^2} (1 + j 2\pi k \tau_2 / (MT_1))}. \quad (2.176)$$

Die Beträge der diskreten Korrelationsfunktionen sind in den Bildern 2.42 und 2.43 dargestellt. Dabei wurden folgende Annahmen gemacht:  $f_m T_2 = 1/32$  sowie  $\tau_1/T_1 = \tau_2/T_1 = 32\sqrt{3}/\pi$ . Damit lassen sich in Übereinstimmung mit der in Bild 2.42(b) dargestellten Zeit-Frequenz-Korrelationsfunktion folgende Werte für die normierte Kohärenzzeit und normierte Kohärenzbandbreite berechnen

$$\frac{T_{\text{coh}}}{T_2} = \frac{3}{4\pi f_m T_2} = \frac{24}{\pi} = 7.64, \quad (2.177)$$

$$B_{\text{coh}} M T_1 = \frac{\sqrt{3} M T_1}{2\pi T_d} = 16. \quad (2.178)$$